

BAB 4

PILIH ATUR DAN GABUNGAN



Televisyen litar tertutup
IP:192.168.1.102



Telefon bimbit
IP:192.168.1.103



Mesin Cetak
IP:192.168.1.1



Apakah yang akan dipelajari?

- Pilih Atur
- Gabungan

Senarai
Standard
Pembelajaran



bit.ly/2ZmIKdJ

Tahukah anda setiap komputer atau peranti lain yang bersambung dengan Internet masing-masing mempunyai satu alamat Protokol Internet (*Internet Protocol*, IP) khas? Alamat Protokol Internet dicipta dan diuruskan oleh IANA (*Internet Assigned Numbers Authority*). Pada pandangan anda, bagaimanakah ahli pengatur cara membuat susunan pilih atur alamat Protokol Internet bagi sesuatu peranti?



Komputer
IP:192.168.1.100

Video mengenai
Protokol Internet (IP)



bit.ly/34MyV94

Sudut • Maklumat

Al-Khalil Ibn Ahmad Al-Farahidi (718-791 M), seorang ahli matematik Arab dan ahli kriptografi yang menulis '*Book of Cryptographic Messages*'. Di dalam buku tersebut, penggunaan pilih atur dan gabungan digunakan untuk pertama kali bagi menyenaraikan semua perkataan Bahasa Arab yang mungkin dan tanpa vokal. Hasil kerja beliau dalam bidang kriptografi turut mempengaruhi Al-Kindi (801-873 M), yang telah menemui kaedah kriptoanalisis menggunakan analisis kekerapan.

Kriptografi merupakan kajian linguistik yang berkaitan dengan kod rahsia yang dapat membantu seseorang memahami bahasa yang telah pupus.

Untuk maklumat lanjut:



bit.ly/2HbHAvS



Kepentingan Bab Ini

- Secara amnya, pilih atur dan gabungan digunakan dalam penentuan nombor pin ATM, kod keselamatan bagi telefon bimbit atau komputer, pemilihan kombinasi baju serta seluar dan lain-lain.
- Penggunaannya meluas dalam bidang kejuruteraan, sains komputer, bioperubatan, sains sosial dan perniagaan.

Kata Kunci

- | | |
|--------------------|-------------------------|
| ● Petua pendaraban | <i>Product rule</i> |
| ● Pilih atur | <i>Permutations</i> |
| ● Faktorial | <i>Factorial</i> |
| ● Susunan | <i>Arrangement</i> |
| ● Tertib | <i>Order</i> |
| ● Gabungan | <i>Combinations</i> |
| ● Objek secaman | <i>Identical object</i> |

4.1 Pilih Atur



Menyiasat dan membuat generalisasi tentang petua pendaraban

Aktiviti Penerokaan

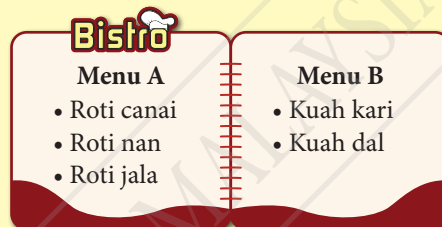
1

Berkumpulan PAK-21

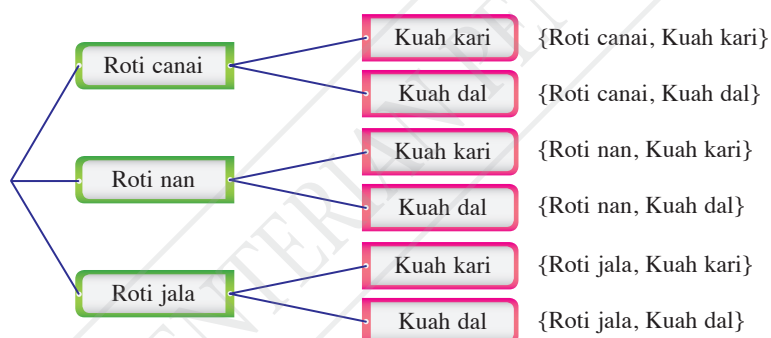
Tujuan: Menyiasat dan membuat generalisasi tentang petua pendaraban dengan menggunakan gambar rajah pokok

Langkah:

1. Kedai kegemaran anda menawarkan set sarapan pagi. Berdasarkan menu di sebelah, pilih satu jenis roti dan satu jenis kuah.
2. Dengan menggunakan gambar rajah pokok, senaraikan set yang mungkin bagi pilihan anda.
3. Kemudian, tentukan bilangan cara set tersebut boleh dipilih.
4. Tentukan bilangan cara yang boleh dipilih jika kedai tersebut menambah pilihan set dengan menawarkan empat jenis minuman.
5. Bincangkan hasil dapatan anda dengan rakan sekumpulan dan lantik seorang wakil untuk membentangkan hasil dapatan kumpulan anda di hadapan kelas.



Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 1, didapati bahawa pilihan yang dibuat dapat digambarkan dengan menggunakan gambar rajah pokok yang berikut.



Terdapat enam cara yang mungkin bagi memilih set sarapan pagi itu. Selain daripada menyenaraikan kesudahan yang mungkin, kaedah lain yang boleh digunakan adalah dengan mendarabkan bilangan kemungkinan bagi setiap peristiwa.

$$3 \text{ jenis roti} \times 2 \text{ jenis kuah} = 6 \text{ cara memilih set}$$

Sekiranya kedai tersebut menambah pilihan set dengan menawarkan empat jenis minuman, bilangan cara memilih set sarapan pagi ialah:

$$3 \text{ jenis roti} \times 2 \text{ jenis kuah} \times 4 \text{ jenis minuman} = 24 \text{ cara memilih set}$$

Kaedah seperti di atas dikenali sebagai **petua pendaraban**.

Sudut Informasi

Hairi mempunyai 3 buah motor dan 2 buah kereta. Bilangan cara untuk Hairi menaiki kenderaan ke kedai adalah seperti berikut:

Motor atau Kereta
 $\boxed{3} + \boxed{2} = 5$ cara

Kaedah untuk menentukan bilangan cara bagi peristiwa yang tidak berurutan dan saling eksklusif ini dikenali sebagai **petua penambahan**.

Secara amnya,

Petua pendaraban menyatakan bahawa jika suatu peristiwa boleh berlaku dalam m cara dan suatu peristiwa kedua boleh berlaku dalam n cara, maka kedua-dua peristiwa boleh berlaku dalam $m \times n$ cara.

Contoh 1

- Tentukan bilangan cara melambungkan sebiju dadu dan sekeping duit syiling secara serentak.
- Cari bilangan cara seseorang boleh meneka kod 4 digit bagi mengakses telefon bimbit jika pengulangan digit dibenarkan.

Penyelesaian

- Bilangan cara melambungkan sebiju dadu dan sekeping duit syiling secara serentak ialah $6 \times 2 = 12$.
- Bilangan cara seseorang boleh meneka kod 4 digit bagi mengakses telefon bimbit ialah $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$.

Sudut Informasi

Penggunaan petua pendaraban juga boleh diperluaskan kepada lebih daripada dua peristiwa.

PERBINCANGAN

Berdasarkan Contoh 1(b), mengapakah penyelesaian diberikan sebagai $10 \times 10 \times 10 \times 10$? Jelaskan.

BAB
4

Latihan Kendiri 4.1

- Terdapat 3 pilihan warna bagi sehelai kemeja dan 5 pilihan warna bagi sehelai seluar. Tentukan bilangan cara padanan kemeja dan seluar itu.
- Berapakah bilangan cara set jawapan diperoleh jika terdapat 15 soalan betul atau salah?
- Terdapat 4 jalan yang menghubungkan Kota A ke Kota B dan 5 jalan dari Kota B ke Kota C. Cari bilangan cara perjalanan pergi dan balik melalui Kota B yang boleh dilalui jika
 - menggunakan jalan yang sama,
 - tidak menggunakan jalan yang sama.



Menentukan bilangan pilih atur

Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza

Aktiviti Penerokaan 2

Berkumpulan **PAK-21**

Tujuan: Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza secara linear

Langkah:

- Bentukkan kumpulan yang terdiri daripada empat atau enam orang ahli.
- Setiap kumpulan akan menerima satu perkataan "TUAH" yang terdiri daripada huruf T, U, A dan H.
- Setiap murid perlu menulis cara huruf bagi perkataan TUAH yang boleh disusun sekiranya ulangan huruf tidak dibenarkan pada sehelai kertas.
- Kemudian, berikan kertas tersebut kepada rakan di sebelah dan setiap ahli kumpulan menulis jawapan pada sehelai kertas yang sama.
- Ulang proses ini sehingga tiada lagi kemungkinan yang ada.
- Seorang daripada ahli kumpulan perlu menyatakan bilangan cara susunan yang mungkin.

T U A H

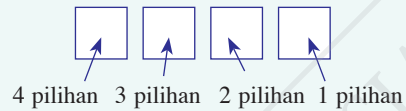
Daripada Aktiviti Penerokaan 2, didapati bahawa terdapat dua kaedah untuk mencari bilangan cara huruf-huruf dalam perkataan TUAH yang boleh disusun sekiranya ulangan huruf tidak dibenarkan.

Kaedah 1

Senaraikan semua susunan yang mungkin. Daripada aktiviti tersebut, terdapat 24 cara yang boleh dibuat untuk menyusun huruf-huruf tersebut tanpa ulangan.

Kaedah 2

Isikan kotak kosong di bawah.



Daripada kaedah kedua:

- Bagi kotak pertama, terdapat empat cara huruf yang boleh diisi sama ada T, U, A atau H.
- Bagi kotak kedua, terdapat tiga cara, kotak ketiga pula terdapat dua cara dan seterusnya kotak keempat terdapat satu cara.
- Dengan menggunakan petua pendaraban, bilangan cara susunan yang mungkin ialah $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Bilangan cara menyusun huruf-huruf ini dikenali sebagai **pilih atur**. $4 \times 3 \times 2 \times 1$ juga dikenali sebagai faktorial dan boleh ditulis sebagai $4!$. Secara amnya,

Bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diberi sebagai $n!$, dengan keadaan $n! = {}^nP_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$.

PERBINCANGAN

Diberi $1! = 1$. Mengapakah nilai $0! = 1$? Bincangkan.

Bijak Kalkulator

Menentukan pilih atur bagi 4 objek berbeza menggunakan kalkulator.

1. Tekan
4 SHIFT x^{-1} =
2. Skrin akan memaparkan
4!
24

Contoh 2

Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) $\frac{11!}{9!}$

(b) $\frac{6!}{4!2!}$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{11!}{9!} &= \frac{11 \times 10 \times \cancel{9!}}{\cancel{9!}} \\ &= 11 \times 10 \\ &= 110 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{6!}{4!2!} &= \frac{6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!} \times 2 \times 1} \\ &= \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \\ &= 15 \end{aligned}$$

PERBINCANGAN

Ringkaskan yang berikut:
(a) $\frac{n!}{(n-2)!}$ (b) $\frac{(n-1)!}{n!}$

Contoh 3

Cari bilangan cara menyusun semua huruf dalam perkataan BIJAK tanpa ulangan huruf.

Penyelesaian

Diberi bilangan huruf, $n = 5$.

Maka, bilangan cara menyusun semua huruf ialah $5! = 120$.

Aktiviti Penerokaan

3

Berkumpulan PRK-21

Tujuan: Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza secara linear dan bulatan

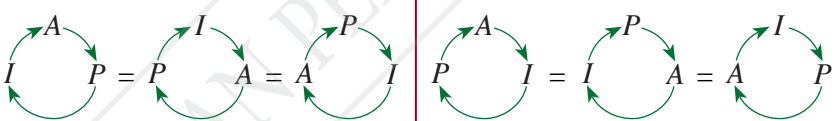
Langkah:

1. Bentukkan kumpulan yang terdiri daripada enam orang ahli.
2. Setiap kumpulan akan diberikan satu perkataan yang mengandungi tiga huruf berikut.

A P I

3. Setiap kumpulan perlu menyenaraikan perkataan yang boleh dibentuk jika perkataan itu disusun secara
 - (a) linear
 - (b) membulat
4. Perhatikan setiap susunan yang terhasil secara linear dan membulat. Adakah bilangan susunannya sama atau berbeza? Apakah perkaitan antara pilih atur suatu objek secara linear dan bulatan? Jelaskan.
5. Bincangkan hasil dapatan kumpulan anda dan wakil kumpulan akan membentangkannya di hadapan kelas.

Daripada Aktiviti Penerokaan 3, didapati bahawa sekiranya perkataan API disusun secara linear, bilangan cara susunan yang mungkin ialah $3! = 6$. Jika perkataan API disusun secara bulatan, didapati bahawa 3 pilih atur secara linear bersamaan dengan 1 pilih atur dalam bulatan.

Jenis susunan	Susunan						Bilangan susunan
Linear	API	IAP	PIA	AIP	PAI	IPA	6
Membulat							2

Jadi, bilangan cara susunan bagi perkataan API dalam bentuk bulatan ialah $\frac{3!}{3} = 2$. Secara amnya, pilih atur bagi n objek dalam bentuk bulatan diberi oleh:

$$P = \frac{n!}{n} = \frac{n(n-1)!}{n} = (n-1)!$$

Contoh 4

Tentukan bilangan cara menyusun enam orang murid untuk duduk di sebuah meja bulat.

Penyelesaian

Diberi bilangan murid, $n = 6$. Maka, bilangan cara menyusun enam orang murid ialah $(6-1)! = 120$.



Akses QR

Video cara menyusun enam orang murid untuk duduk di sebuah meja bulat.



bit.ly/2QiGclg

Contoh 5

Cari bilangan cara menyusun 12 butir manik pelbagai warna untuk membentuk seutas rantai mainan.

Penyelesaian

Diberi bilangan manik, $n = 12$ dan setiap manik perlu disusun dalam bentuk bulatan. Didapati bahawa susunan manik mengikut arah jam atau lawan arah jam tidak memberi perbezaan.

Maka, bilangan cara menyusun 12 butir manik ialah

$$\frac{(12-1)!}{2} = \frac{11!}{2} = 19\,958\,400.$$

**Sudut Informasi**

Susunan objek bagi seutas gelang atau kalungan yang berbentuk bulatan tidak melibatkan arah jam dan lawan jam kerana keduanya adalah sama.

Susunan boleh dikira seperti biasa dengan mencari pilih atur n objek dalam bentuk bulatan dan dibahagikan dengan 2, iaitu $\frac{(n-1)!}{2}$.

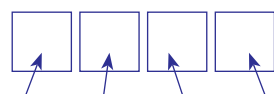
Latihan Kendiri 4.2

1. Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi setiap yang berikut.
 - (a) $\frac{8!}{5!}$
 - (b) $\frac{8! - 6!}{6!}$
 - (c) $\frac{4!}{2!2!}$
 - (d) $\frac{7!5!}{4!3!}$
2. Cari bilangan cara menyusun semua huruf dalam perkataan berikut tanpa ulangan huruf.
 - (a) SURD
 - (b) LOKUS
 - (c) VEKTOR
 - (d) PERMUTASI
3. Berapakah bilangan cara menyusun tujuh orang pelanggan untuk duduk di sebuah meja bulat di sebuah restoran?
4. Tentukan bilangan cara menyusun lapan butir permata berlainan warna untuk membentuk seutas rantai.

Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa

Anda telah mempelajari kaedah untuk mengira bilangan cara menyusun empat huruf bagi perkataan TUAH dengan mengisi kotak kosong sehingga memperoleh $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ bilangan cara susunan.

Pertimbangkan pula perkataan BERTUAH. Katakan kita ingin memilih dan menyusun hanya empat huruf sahaja daripada perkataan tersebut berdasarkan rajah di sebelah.



7 pilihan 6 pilihan 5 pilihan 4 pilihan

Dalam kotak pertama, terdapat 7 cara huruf yang boleh diisi. Maka, kotak kedua mempunyai 6 cara, kotak ketiga mempunyai 5 cara dan kotak keempat mempunyai 4 cara.



Dengan menggunakan petua pendaraban, bilangan cara susunan yang mungkin ialah $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$.



Perhatikan bahawa $7 \times 6 \times 5 \times 4$ juga boleh ditulis sebagai:

$$\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = \frac{7!}{3!} = \frac{7!}{(7-4)!}$$

$$\text{Jadi, } {}^7P_4 = \frac{7!}{(7-4)!} = 840.$$



Bilangan pilih atur bagi 7 objek yang berbeza diambil 3 objek pada satu masa boleh diwakilkan dengan tatatanda 7P_4 .

Secara amnya,

Bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa diberi oleh ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$, dengan keadaan $r \leq n$.

Contoh 6

Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi 6P_4 .

Penyelesaian

$${}^6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times \cancel{2}!}{\cancel{2}!} = 360$$



PERBINCANGAN

Tentukan nilai n yang berikut.

- (a) ${}^nP_2 = 20$
- (b) ${}^{n+2}P_3 = 30n$
- (c) ${}^{n+1}P_4 = 10{}^nP_2$

Contoh 7

Lapan orang ahli jawatankuasa sebuah persatuan dicalonkan untuk memegang jawatan sebagai Presiden, Naib Presiden dan Setiausaha. Cari bilangan cara pemilihan jawatan itu dapat dibentuk.

Penyelesaian

Tiga daripada lapan orang ahli jawatankuasa yang tercalon perlu dipilih untuk memegang tiga jawatan.

Maka, ${}^8P_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 336$.

Pertimbangkan situasi yang berikut.

Katakan empat huruf daripada perkataan BERTUAH ingin disusun dalam bentuk bulatan, berapakah bilangan susunan yang diperoleh?

Jika perkataan BERTUAH disusun secara linear, maka bilangan pilih atur yang diperoleh ialah ${}^7P_4 = 840$. Namun, jika perkataan tersebut disusun dalam bentuk bulatan, empat susunan yang sama akan diperoleh. Maka, bilangan pilih atur bagi 4 daripada 7 huruf dalam bentuk bulatan ialah $\frac{{}^7P_4}{4} = \frac{840}{4} = 210$.

Secara amnya,

Bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa yang disusun dalam bentuk bulatan diberi oleh $\frac{{}^nP_r}{r}$.



Bijak Kalkulator

Penyelesaian Contoh 7 dengan menggunakan kalkulator saintifik.

1. Tekan
8 SHIFT \times 3 =
2. Skrin akan memaparkan
8P3
336



Tip Pintar

Pilih atur suatu objek yang disusun dalam bentuk bulatan tidak mengambil kira sama ada mengikut arah jam atau lawan arah jam, maka bilangan pilih aturnya adalah seperti berikut.

$$\frac{{}^nP_r}{2r}$$

Contoh 8

Nadia membeli 12 butir manik pelbagai warna di Pasar Kraf Tangan Kota Kinabalu dan bercadang untuk membuat seutas gelang. Nadia mendapati bahawa gelang itu hanya memerlukan 8 butir manik sahaja. Berapakah bilangan pilih atur untuk menghasilkan gelang tersebut?

Penyelesaian

Diberi jumlah manik ialah 12 butir dan 8 butir manik perlu disusun membentuk gelang. Didapati bahawa susunan mengikut arah jam atau lawan arah jam tidak memberi perbezaan.

Maka, bilangan pilih atur ialah $\frac{{}^{12}P_8}{2(8)} = \frac{{}^{12}P_8}{16} = 1\,247\,400$.

Latihan Kendiri 4.3

1. Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi setiap yang berikut.
(a) 5P_3 (b) 8P_7 (c) 9P_5 (d) 7P_7
2. Dalam satu perlumbaan basikal, 9 orang peserta akan merebut tempat johan, naib johan dan ketiga. Tentukan bilangan pilih atur bagi tiga tempat utama tersebut.
3. Sebuah stadium mempunyai 5 pintu. Cari bilangan cara 3 orang boleh memasuki stadium itu dengan menggunakan pintu yang berlainan.
4. Cari bilangan cara nombor yang terdiri daripada 4 digit yang dapat dibentuk daripada digit 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dengan ulangan digit tidak dibenarkan.
5. Seorang pekerja di sebuah restoran perlu menyusun 10 biji pinggan di atas sebuah meja bulat tetapi meja tersebut hanya boleh memuatkan 6 biji pinggan sahaja. Cari bilangan pilih atur bagi menyusun pinggan-pinggan tersebut.

Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang melibatkan objek secaman**Aktiviti Penerokaan****4**

Berkumpulan

PAK-21

Tujuan: Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang melibatkan objek secaman

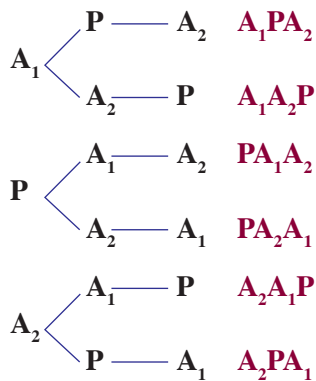
Langkah:

1. Setiap kumpulan diberikan satu perkataan yang terdiri daripada tiga huruf seperti berikut.

A P A

2. Labelkan dua huruf A masing-masing sebagai A_1 dan A_2 , kemudian bina gambar rajah pokok.
3. Berdasarkan gambar rajah pokok yang dibina, senaraikan semua susunan yang mungkin bagi menyusun huruf-huruf itu. Berapakah bilangan susunannya?
4. Apabila A_1 dan A_2 adalah sama, berapakah bilangan susunannya? Apakah kaedah yang boleh digunakan untuk mencari bilangan susunan bagi perkataan yang melibatkan huruf secaman seperti huruf A dalam perkataan APA?
5. Lantik seorang wakil dan bentangkan hasil dapatan kumpulan anda di hadapan kelas.

Daripada Aktiviti Penerokaan 4, hasil dapatan berikut diperolehi.



$$\begin{aligned}
 \text{Bilangan susunan} &= \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \\
 &= 3 \times 2 \times 1 \\
 &= 6 \\
 &= {}^3P_3 \\
 &= 3!
 \end{aligned}$$



Klik Teknologi

Teroka GeoGebra berikut untuk melihat perwakilan secara grafik bagi pilih atur melibatkan objek secaman.



ggbm.at/wkwwbm6b

Apabila $A_1 = A_2 = A$, dengan dua susunan yang sama dianggap sebagai satu susunan, 3 bilangan susunan diperolehi, iaitu APA, AAP dan PAA. Cara untuk memperoleh 3 bilangan susunan ini adalah dengan membahagikan jumlah susunan huruf-huruf dalam $A_1 P A_2$ dengan 2 huruf secaman A, iaitu $\frac{3!}{2!} = 3$.

Secara amnya,

Bilangan pilih atur bagi n objek yang melibatkan objek secaman diberi oleh $P = \frac{n!}{a!b!c!\dots}$, dengan a, b dan c, \dots ialah bilangan objek bagi setiap objek secaman.

Contoh 9

Hitung bilangan cara menyusun huruf-huruf daripada perkataan SIMBIOSIS.

Penyelesaian

Diberi $n = 9$. Bilangan objek secaman huruf S dan I adalah sama, iaitu 3. Maka, bilangan cara menyusun huruf-huruf daripada perkataan SIMBIOSIS ialah $\frac{9!}{3!3!} = 10\,080$.



PERBINCANGAN

Katakan huruf-huruf dalam perkataan SIMBIOSIS ingin disusun bermula dengan huruf S. Bagaimanakah anda dapat menentukan bilangan cara menyusun huruf-huruf itu tanpa ulangan?

Latihan Kendiri 4.4

- Tentukan bilangan cara menyusun semua huruf berbeza daripada setiap perkataan berikut.
 - CORONA
 - MALARIA
 - HEPATITIS
 - SKISTOSOMIASIS
- Terdapat 5 batang pen biru dan 3 batang pen merah di dalam sebuah bekas. Cari bilangan cara semua pen itu dapat disusun dalam satu baris.
- Terdapat 4 helai bendera berwarna putih dan 6 helai bendera berwarna kuning di dalam sebuah kotak. Cari bilangan cara bendera-bendera itu dapat dipasang pada suatu tiang yang mencancang.
- Cari bilangan nombor ganjil yang dapat dibentuk daripada semua angka 3, 4, 6 dan 8 dengan semua angka selain 3 muncul tepat dua kali.



Menyelesaikan masalah yang melibatkan pilih atur dengan syarat tertentu

Pertimbangkan tujuh objek dalam rajah di bawah.



Katakan semua objek di atas ingin disusun mengikut syarat tertentu. Maka, setiap syarat yang berikut perlu dipertimbangkan terlebih dahulu.

1

Jika setiap bulatan dan segi tiga perlu disusun secara berselang-seli,



- Terdapat $4! = 24$ cara untuk menyusun empat bulatan.
- Terdapat $3! = 6$ cara untuk menyusun tiga segi tiga.
- Dengan menggunakan petua pendaraban, bilangan susunan yang mungkin ialah $4! \times 3! = 144$.

2

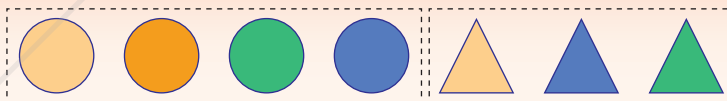
Jika semua bulatan perlu disusun dalam kelompok yang sama,



- Terdapat $4! = 24$ cara untuk menyusun satu kumpulan bulatan dan tiga segi tiga.
- Terdapat $4! = 24$ cara untuk menyusun empat bulatan dalam kelompoknya.
- Dengan menggunakan petua pendaraban, bilangan susunan yang mungkin ialah $4! \times 4! = 576$.

3

Jika bulatan dan segi tiga perlu disusun dalam kelompok masing-masing,



- Terdapat $4! \times 3! = 144$ cara untuk menyusun dengan keadaan kelompok bulatan berada di hadapan dan kelompok segi tiga berada di belakang.



- Setiap objek itu juga boleh disusun dengan keadaan kelompok segi tiga berada di hadapan dan kelompok bulatan berada di belakang, iaitu $3! \times 4! = 144$.
- Maka, bilangan susunan yang mungkin ialah $144 + 144 = 288$.

Contoh 10

Cari bilangan cara nombor 4 digit yang boleh dibentuk daripada digit-digit 1, 3, 4, 5, 6, 8 dan 9 jika digit yang dibentuk mestilah nombor ganjil dengan keadaan tiada digit yang berulang.

Penyelesaian

Bagi membentuk suatu nombor ganjil, nombor tersebut mesti berakhir dengan digit ganjil.

Terdapat empat pilihan dengan digit terakhir adalah ganjil, iaitu sama ada digit 1, 3, 5 atau 9.

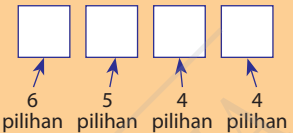
* * * * ← 4 pilihan

Apabila satu nombor ganjil telah dipilih, masih terdapat enam nombor lain yang boleh dipilih sebagai 3 digit di hadapan, iaitu ${}^6P_3 \times {}^4P_1 = 480$.

Maka, terdapat 480 nombor 4 digit yang memenuhi syarat tersebut.

Kaedah Alternatif

Pertimbangkan bilangan pilihan bagi setiap kotak di bawah.



Cara mengisi setiap kotak ialah $6 \times 5 \times 4 \times 4 = 480$. Maka, terdapat 480 nombor 4 digit yang memenuhi syarat tersebut.

Contoh 11

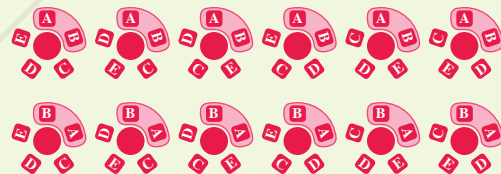
Cari bilangan cara 5 orang pekerja, A, B, C, D dan E di sebuah syarikat yang boleh disusun di sebuah meja bulat dengan syarat A dan B mesti duduk bersebelahan.

Penyelesaian

Apabila A dan B duduk bersebelahan, mereka dianggap sebagai satu unit. Maka, susunan bagi A dan B sebagai satu unit dan tiga orang yang lain ialah $(4 - 1)! = 6$ pilih atur.

Kedudukan A dan B boleh saling bertukar dan ini memberikan 2 pilih atur, iaitu

$6 \times 2 = 12$ susunan.



Contoh 12

Cari bilangan cara susunan berbeza yang mungkin bagi semua huruf dalam perkataan SUASANA jika huruf vokal sentiasa bersama.

Penyelesaian

Diberi bilangan huruf, $n = 7$ dan bilangan huruf secaman S dan A masing-masing ialah 2 dan 3. Untuk syarat huruf vokal sentiasa bersama, kelompokkan huruf vokal bagi membentuk satu susunan.

(AAAU) S S N

Jadi, bilangan susunan dengan 3 huruf yang lain ialah $\frac{4!}{2!}$ cara.

Dalam kelompok huruf vokal pula terdapat 4 huruf yang boleh disusun dengan $\frac{4!}{3!}$ cara.

Maka, bilangan susunan apabila huruf vokal sentiasa bersama ialah $\frac{4!}{2!} \times \frac{4!}{3!} = 48$.

Cari bilangan cara nombor 4 digit yang dapat dibentuk daripada digit-digit 2, 3, 5 dan 7 jika nombor tersebut adalah ganjil dan kurang daripada 5 000.

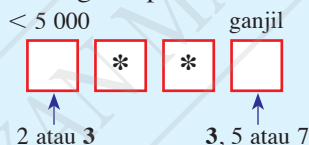
Penyelesaian

1 . Memahami masalah

Dua syarat bagi membentuk nombor 4 digit daripada digit-digit 2, 3, 5 dan 7 ialah nombor mestilah ganjil dan kurang daripada 5 000.

2 . Merancang strategi

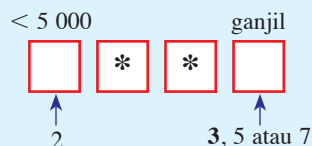
- ◆ Bagi membentuk nombor 4 digit, sediakan empat kotak kosong.
- ◆ Bagi nombor ganjil, kotak terakhir perlu terdiri daripada nombor ganjil.
- ◆ Bagi nombor kurang daripada 5 000, kotak pertama terdiri daripada digit yang kurang daripada 5.



3 . Melaksanakan strategi

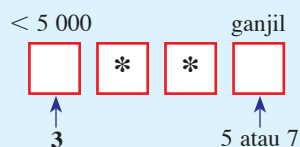
Kes 1: Digit 3 di kotak terakhir.

- ◆ Kotak pertama mempunyai 1 pilihan dan kotak terakhir mempunyai 3 pilihan.
- ◆ Baki pilihan digit yang ada ialah 2 bagi kotak kedua dan ketiga, iaitu $1 \times 2 \times 1 \times 3 = 6$ cara.



Kes 2: Digit 3 di kotak pertama.

- ◆ Kotak pertama mempunyai 1 pilihan dan kotak terakhir mempunyai 2 pilihan.
- ◆ Baki pilihan digit yang ada ialah 2 bagi kotak kedua dan ketiga, iaitu $1 \times 2 \times 1 \times 2 = 4$ cara.



Jadi, bilangan pilih atur = $6 + 4 = 10$.

Maka, bilangan nombor 4 digit yang dapat dibentuk daripada digit-digit 2, 3, 5 dan 7 jika nombor tersebut adalah ganjil dan kurang daripada 5 000 ialah 10.

4 . Membuat refleksi

Kes 1: $1 \times {}^2P_1 \times 3 = 6$

Kes 2: $1 \times {}^2P_1 \times 2 = 4$

Maka, bilangan pilih atur ialah $6 + 4 = 10$.

Latihan Kendiri 4.5



1. Cari bilangan cara huruf-huruf daripada perkataan TULAR dapat disusun jika
 - (a) huruf vokal dan konsonan disusun secara berselang-seli,
 - (b) susunan bermula dan berakhir dengan huruf vokal,
 - (c) huruf konsonan dan vokal dalam kelompok masing-masing.
2. Cari bilangan cara nombor 4 digit yang lebih daripada 2 000 dapat dibentuk dengan menggunakan digit 0, 2, 4, 5, 6 dan 7 tanpa ulangan.
3. Cari susunan yang mungkin menggunakan semua huruf dalam perkataan TRIGONOMETRI jika G ialah huruf pertama dan E ialah huruf terakhir.
4. Sebuah keluarga yang terdiri daripada ayah, ibu dan 4 orang anak duduk bersama-sama mengelilingi sebuah meja bulat. Cari bilangan cara berlainan mereka boleh duduk jika
 - (a) tanpa syarat,
 - (b) ayah dan ibu duduk bersebelahan.

BAB
4

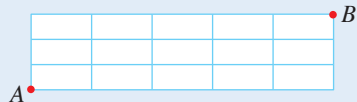
Latihan Formatif

4.1

Kuiz

bit.ly/35SM6qi



1. Satu set soalan mengandungi 5 soalan betul atau salah dan 5 soalan aneka pilihan yang terdiri daripada empat pilihan jawapan. Berapakah bilangan cara set jawapan yang diperoleh daripada set soalan itu?
2. Cari bilangan cara untuk membentuk kata laluan 3 digit bagi sebuah kunci jika
 - (a) ulangan digit dibenarkan,
 - (b) ulangan digit tidak dibenarkan.
3. Cari bilangan nombor yang berada di antara 5 000 dengan 6 000 yang dapat dibentuk daripada digit-digit 2, 4, 5, 7 dan 8 dengan keadaan ulangan digit tidak dibenarkan. Seterusnya, berapakah bilangan nombor genap yang diperoleh?
4. Sepasang suami isteri dan lapan orang anaknya menonton wayang di sebuah pawagam. Mereka ditempatkan pada baris yang sama. Cari bilangan cara keluarga itu boleh ditempatkan jika pasangan suami isteri itu
 - (a) duduk bersebelahan,
 - (b) duduk di kedua-dua hujung baris,
 - (c) duduk berasingan.
5. Cari bilangan cara huruf-huruf daripada perkataan BAKU dan BAKA yang boleh disusun jika tiada pengulangan huruf dibenarkan. Adakah bilangan huruf yang boleh dibentuk adalah sama? Jelaskan.
6. Tentukan bilangan laluan yang boleh dilalui sekiranya suatu objek bergerak dari titik A ke titik B dengan syarat objek bergerak ke atas atau ke kanan.
 
7. Sekumpulan 7 orang kanak-kanak sedang berebut enam buah kerusi yang disusun dalam bentuk bulatan bagi satu permainan kerusi berirama. Kanak-kanak itu perlu mengelilingi bulatan mengikut lawan arah jam. Tentukan pilih atur kanak-kanak itu dalam permainan tersebut.

4.2 Gabungan

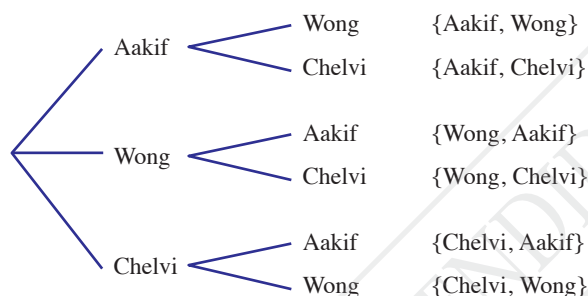


Membanding beza pilih atur dan gabungan

Dalam pilih atur, anda telah mempelajari bahawa kedudukan bagi setiap objek dalam satu set adalah penting. Misalnya, kedudukan AB dan BA adalah dua pilih atur yang berbeza. Teliti masalah di bawah.

Katakan anda mempunyai rakan bernama Aakif, Wong dan Chelvi. Anda diminta untuk memilih dua daripada tiga orang rakan anda untuk menyertai satu aktiviti berkayak. Berapakah bilangan cara anda boleh membuat pilihan? Adakah kedudukan rakan anda penting dalam pemilihan tersebut?

Dengan menggunakan gambar rajah pokok, kita dapat menyenaraikan kemungkinan pilihan yang ada.



Namun, adakah keputusan untuk memilih 'Aakif dan Wong' berbeza daripada memilih 'Wong dan Aakif'? Dalam situasi di atas, adakah kedudukan suatu objek penting dalam membuat pemilihan?

Berdasarkan rajah di sebelah, hanya terdapat 3 cara pemilihan sahaja kerana kedudukan objek adalah tidak penting. Maka, pemilihan yang mungkin ialah {Aakif, Wong}, {Aakif, Chelvi} atau {Wong, Chelvi}.

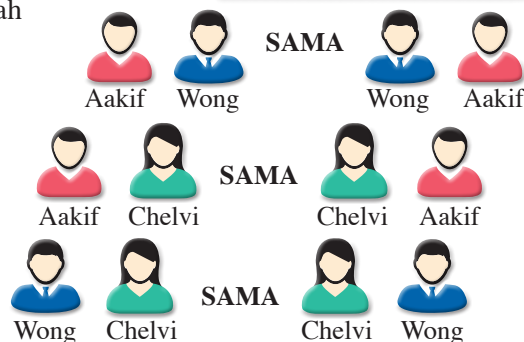
Secara amnya,

Apabila pemilihan suatu objek daripada suatu set dibuat tanpa mengambil kira susunan, pemilihan ini dikenali sebagai **gabungan**.



Sudut Informasi

- Pilih atur ialah proses pemilihan objek yang mempertimbangkan susunan dan urutannya. Misalnya, memilih 2 daripada 5 orang murid untuk jawatan ketua kelas dan penolong ketua kelas.
- Gabungan ialah proses pemilihan objek tanpa mempertimbangkan susunan dan urutannya. Misalnya, memilih 2 daripada 5 orang murid untuk menyertai suatu pertandingan.



Latihan Kendiri 4.6

Nyatakan sama ada situasi yang berikut melibatkan pilih atur atau gabungan. Jelaskan.

Sebuah syarikat stesen televisyen menawarkan kepada pelanggan untuk memilih 7 saluran daripada 18 saluran yang ada.



Menentukan bilangan gabungan r objek dipilih daripada n objek yang berbeza pada satu masa

Mari teroka cara untuk menentukan bilangan gabungan r objek dipilih daripada n objek yang berbeza pada satu masa.

Aktiviti Penerokaan

5

Berpasangan

PAK-21

Tujuan: Menentukan bilangan gabungan r objek dipilih daripada n objek yang berbeza pada satu masa


bit.ly/2Qi5o1J

Langkah:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Perhatikan empat buah objek berbentuk haiwan dalam lembaran kerja yang disediakan. Objek tersebut akan digantung sebagai perhiasan di dalam kelas anda.
3. Secara berpasangan, senaraikan bilangan cara untuk menggantungkan setiap objek tersebut mengikut syarat yang berikut.
 - (a) Susunan mengambil kira kedudukan.
 - (b) Susunan tidak mengambil kira kedudukan.
4. Kenal pasti bilangan cara yang dapat disenaraikan jika anda dan pasangan memilih untuk menggantung
 - (a) satu objek sahaja,
 - (b) dua objek sahaja,
 - (c) tiga objek sahaja.
5. Buat perbandingan bagi keputusan yang diperoleh dalam langkah 3(a) dan 3(b). Kemudian, tentukan senarai yang mempunyai objek yang sama tetapi susunan yang berbeza.
6. Apakah perbezaan yang dapat anda lihat dari segi susunan dan bilangan cara bagi kedua-dua kaedah menggantung objek-objek tersebut?

Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 5, didapati bahawa tiga daripada empat objek dipilih untuk digantungkan di dalam kelas.

- Jika kedudukan diambil kira, maka ${}^4P_3 = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$.
- Jika kedudukan tidak diambil kira, terdapat $3! = 6$ kumpulan yang mempunyai bentuk yang sama. Oleh itu, bilangan cara bagi memilih objek untuk digantungkan tanpa mengambil kira kedudukan ialah $24 \div 6 = 4$ atau $\frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$ atau $\frac{{}^4P_3}{3!} = 4$.

Secara amnya, bilangan gabungan r objek yang dipilih daripada n objek berlainan diberi oleh:

$${}^nC_r = \frac{{}^nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$



Sudut Informasi

Gabungan boleh ditulis sebagai nC_r atau $\binom{n}{r}$. nC_r juga dikenali sebagai pekali binomial.



Kuiz Pantas

Buktikan bahawa ${}^nC_0 = 1$ dan ${}^nC_1 = n$, dengan keadaan n ialah integer positif.

Contoh 14

Pasukan silat SMK Sari Baru terdiri daripada 8 orang murid. 2 orang murid akan dipilih untuk menjadi wakil pasukan dalam satu persembahan silat. Tentukan bilangan cara memilih 2 orang murid tersebut.

Penyelesaian

2 orang wakil perlu dipilih daripada pasukan silat yang terdiri daripada 8 orang ahli.

$$\text{Maka, bilangan cara} = {}^8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6!}}{2 \times 1 \times \cancel{6!}} = 28.$$

Contoh 15

Dalam sebuah kelab, 3 orang ahli jawatankuasa perlu dipilih daripada 10 orang calon. Cari bilangan cara pemilihan ahli jawatankuasa itu boleh dilakukan.

Penyelesaian

3 orang ahli jawatankuasa perlu dipilih daripada 10 orang calon.

$$\text{Maka, bilangan cara} = {}^{10}C_3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

**PERBINCANGAN**

Bandingkan Contoh 15 dengan Contoh 7. Nyatakan perbezaan kedua-dua soalan yang menyebabkan Contoh 7 menggunakan pilih atur manakala Contoh 15 menggunakan gabungan.

Contoh 16

Cari bilangan cara segi tiga yang dapat dibentuk daripada bucu-bucu sebuah heksagon.

Penyelesaian

Heksagon mempunyai enam bucu. Bagi membentuk sebuah segi tiga, tiga bucu diperlukan.

$$\text{Maka, bilangan cara} = {}^6C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = 20.$$

Latihan Kendiri 4.7

- Terdapat 12 orang pemain dalam pasukan bola baling sekolah. Tentukan bilangan cara seorang pelatih boleh memilih 5 orang pemain
 - sebagai penyerang 1, penyerang 2, penyerang 3, pertahanan 1 dan pertahanan 2,
 - untuk bermain di suatu pertandingan peringkat daerah.
- Kelas 5 Al-Biruni mempunyai 25 orang murid. Tiga orang wakil dari kelas itu dipilih bagi menghadiri satu kem motivasi. Cari bilangan cara memilih wakil tersebut.
- Berapakah bilangan cara bagi memilih empat huruf daripada set huruf P, Q, R, S, T dan U?
- $ABCDEFGH$ merupakan bucu-bucu bagi sebuah oktagon sekata. Cari bilangan pepenjuru yang dapat dibentuk daripada oktagon itu.



Menyelesaikan masalah yang melibatkan gabungan dengan syarat tertentu

Teliti situasi di bawah.

Seorang ketua kelas ingin membahagikan 10 rakan anda kepada tiga kumpulan dengan setiap kumpulan terdiri daripada dua orang, tiga orang dan lima orang ahli. Cari bilangan cara pembahagian kumpulan itu.

Menyelesaikan masalah yang melibatkan gabungan dengan syarat tertentu (syarat perlu di ambil kira terlebih dahulu)

Kumpulan 1	Kumpulan 2	Kumpulan 3
Memilih dua orang daripada 10 orang.	<ul style="list-style-type: none"> Dua orang telah dipilih dalam Kumpulan 1. Baki pilihan ialah lapan orang. Memilih tiga orang daripada lapan orang. 	<ul style="list-style-type: none"> Lima orang telah dipilih dalam Kumpulan 1 dan Kumpulan 2. Baki pilihan ialah lima orang. Memilih lima orang daripada lima orang.
${}^{10}C_2 = \frac{10!}{2!(10-2)!}$ $= 45$	${}^8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)!}$ $= 56$	${}^5C_5 = \frac{5!}{5!(5-5)!}$ $= 1$
Maka, bilangan cara ialah 45.	Maka, bilangan cara ialah 56.	Maka, bilangan cara ialah 1.

Dengan menggunakan petua pendaraban, bilangan cara ialah $45 \times 56 \times 1 = 2\,520$.



PERBINCANGAN

Adakah anda akan memperoleh jawapan yang berbeza sekiranya anda memilih lima orang atau tiga orang terlebih dahulu? Bandingkan jawapan anda dengan rakan yang lain.



Klik Teknologi

Perwakilan secara grafik untuk mencari bilangan cara gabungan.



ggbm.at/hmrufjsm

Contoh 17

Satu pasukan bola sepak terdiri daripada 17 orang pemain tempatan dan tiga orang pemain import. Seorang jurulatih perlu memilih 11 orang pemain utama untuk bertanding dalam satu perlawanan dengan mengambil dua orang pemain import. Cari bilangan cara supaya 11 orang pemain utama boleh dipilih.

Penyelesaian

Cara memilih dua orang daripada tiga orang pemain import, 3C_2 .

Cara memilih sembilan orang daripada 17 orang pemain tempatan, ${}^{17}C_9$.

Maka, bilangan cara = ${}^3C_2 \times {}^{17}C_9 = \frac{3!}{2!(3-2)!} \times \frac{17!}{9!(17-9)!} = 72\,930$

Contoh 18

Encik Samad perlu memilih tiga jenis motif batik daripada empat motif organik dan lima motif geometri. Cari bilangan cara memilih sekurang-kurangnya satu motif organik dan satu motif geometri.

Penyelesaian

Cara memilih dua motif organik dan satu motif geometri, ${}^4C_2 \times {}^5C_1$.

Cara memilih satu motif organik dan dua motif geometri, ${}^4C_1 \times {}^5C_2$.

Maka, bilangan cara = ${}^4C_2 \times {}^5C_1 + {}^4C_1 \times {}^5C_2 = 70$.

Latihan Kendiri 4.8

- 5 buah buku yang berbeza akan dibahagikan kepada 3 orang murid. 2 orang murid akan mendapat 2 buah buku manakala seorang murid akan mendapat sebuah buku. Berapakah bilangan cara untuk membahagikan kesemua buku itu?
- Dalam satu peperiksaan, Singham dikehendaki menjawab dua soalan daripada tiga soalan di Bahagian A dan empat soalan daripada enam soalan di Bahagian B. Cari bilangan cara Singham boleh menjawab soalan-soalan tersebut.
- Terdapat lima orang graduan lelaki dan enam orang graduan wanita yang menghadiri sesi temu duga kerja di sebuah syarikat. Cari bilangan cara bagi majikan memilih tujuh orang pekerja jika
 - semua graduan lelaki dan dua orang graduan wanita mendapat pekerjaan,
 - sekurang-kurangnya lima orang graduan wanita mendapat pekerjaan.

Latihan Formatif**4.2***Kuiz*bit.ly/2tKan3v

- Dengan menggunakan rumus ${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$, tunjukkan ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$.
- Sebuah jawatankuasa yang terdiri daripada lima orang ahli perlu dipilih daripada lima orang lelaki dan tiga orang wanita. Cari bilangan jawatankuasa yang boleh dibentuk jika
 - tiada syarat,
 - mengandungi tiga orang lelaki dan dua orang wanita,
 - mengandungi tidak lebih daripada seorang perempuan.
- Satu pasukan yang mengandungi lima orang ahli akan dipilih untuk ekspedisi ke sebuah pulau daripada empat orang perenang dan tiga orang bukan perenang. Cari bilangan cara pasukan itu boleh dibentuk jika bilangan perenang mesti melebihi bilangan bukan perenang.
- Satu ujian Matematik yang mengandungi 10 soalan terdiri daripada empat soalan trigonometri dan enam soalan algebra. Calon dikehendaki menjawab hanya lapan soalan. Cari bilangan cara seorang calon menjawab sekurang-kurangnya empat soalan algebra.
- Satu rombongan ke Melaka terdiri daripada 12 orang pengunjung. Cari bilangan cara untuk membawa 12 orang pengunjung itu jika
 - tiga buah kereta digunakan dan setiap kereta membawa empat orang,
 - dua buah van digunakan dan setiap van membawa enam orang.



PILIH ATUR DAN GABUNGAN

Petua Pendaraban

Jika suatu peristiwa boleh berlaku dalam m cara dan suatu peristiwa kedua boleh berlaku dalam n cara, maka kedua-dua peristiwa boleh berlaku dalam $m \times n$ cara

Pilih Atur

Tertib susunan
adalah penting

- Bilangan pilih atur bagi n objek yang berlainan diwakilkan sebagai
 $n! = {}^nP_n$
- Bilangan pilih atur bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa diwakilkan sebagai

$${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Pilih Atur Membulat

- Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan diwakilkan sebagai
 $P = \frac{n!}{n} = (n-1)!$
- Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa diwakilkan sebagai

$$P = \frac{{}^nP_r}{r}$$

Gabungan

Tertib susunan
adalah tidak penting

Bilangan gabungan bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa diwakilkan sebagai

$${}^nC_r = \frac{{}^nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Objek Secaman

Bilangan pilih atur bagi n objek yang melibatkan objek secaman diwakilkan sebagai

$$P = \frac{n!}{a!b!c!\dots}$$

Aplikasi



Penulisan Jurnal

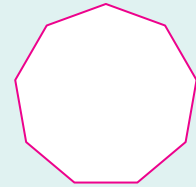
1. Bina satu infografik berkaitan perbezaan antara pilih atur dan gabungan.
2. Senaraikan dua masalah yang berlaku dalam kehidupan harian anda dan selesaikan masalah tersebut dengan menggunakan konsep pilih atur dan gabungan yang telah dipelajari.



Latihan Sumatif

1. Cari bilangan cara kod empat huruf yang dapat dibentuk daripada huruf-huruf dalam perkataan SEMBUNYI dengan ulangan huruf tidak dibenarkan. Berapakah bilangan kod yang bermula dengan konsonan? **TP 2**
2. Hitung kemungkinan bagi seseorang untuk meneka kata laluan yang mengandungi enam karakter bagi sebuah komputer riba yang terdiri daripada semua nombor dan abjad. **TP 3**
3. Cari bilangan cara huruf-huruf dalam perkataan PULAS boleh disusun jika susunan **TP 3**
 - (a) tidak bermula dengan huruf S,
 - (b) tidak berakhir dengan huruf S atau P.
4. Dalam pertandingan futsal, perlawanan boleh berakhir dengan menang, kalah atau seri. Jika Pasukan Futsal Helang Merah menyertai lima perlawanan futsal, cari bilangan cara perlawanan tersebut boleh berakhir. **TP 4**
5. Cari bilangan susunan yang mungkin dalam perkataan JANJANG jika huruf N dan huruf G mesti bersebelahan.
6. Sebuah kedai pakaian menjual empat saiz kemeja, iaitu saiz S, M, L dan XL. Jika stok kemeja yang terdapat di kedai tersebut ialah dua helai saiz S, tiga helai saiz M, enam helai saiz L dan dua helai saiz XL, cari bilangan cara bagi menjual semua kemeja di kedai tersebut. **TP 3**
7. Siew Lin membeli tujuh batang anak pokok yang berlainan jenis untuk menghias taman mini di rumahnya. Disebabkan ruang yang terhad, Siew Lin hanya boleh menyusun lima batang anak pokok sahaja dalam bentuk bulatan. Tentukan bilangan cara Siew Lin boleh menyusun semua anak pokok tersebut. **TP 3**
8. Cari bilangan cara enam orang, iaitu Amin, Budi, Cheng, Deepak, Emma dan Fakhrul agar mereka dapat duduk di sebuah meja bulat dengan syarat. **TP 4**
 - (a) Emma dan Fakhrul mesti duduk bersebelahan,
 - (b) Emma dan Fakhrul tidak boleh duduk bersebelahan.
9. 12 kuntum bunga yang terdiri daripada tiga kuntum bunga berwarna merah, empat kuntum bunga berwarna biru dan lima kuntum bunga berwarna putih akan dilekatkan pada seutas tali untuk membuat kalungan bunga. Hitung bilangan cara untuk menyusun bunga-bunga itu dalam kalungan tersebut. **TP 3**

10. Satu ujian kemasukan ke sebuah sekolah swasta mengandungi enam soalan pada Bahagian A dan tujuh soalan pada Bahagian B. Calon perlu menjawab 10 soalan, dengan syarat sekurang-kurangnya empat soalan daripada Bahagian A dijawab. Cari bilangan cara seorang calon dapat menjawab 10 soalan ujian tersebut. **TP 5**
11. Satu jawatankuasa komuniti tempatan yang terdiri daripada tiga orang ahli dipilih daripada empat pasangan suami isteri. Cari bilangan cara jawatankuasa dapat dibentuk sekiranya **TP 4**
- tiada syarat dikenakan,
 - semua ahli dalam jawatankuasa terdiri daripada para suami,
 - tiada pasangan suami dan isteri dibenarkan memegang jawatan bersama.
12. Sebuah teksi mempunyai satu tempat duduk di bahagian hadapan dan tiga tempat duduk di bahagian belakang. Zara dan tiga orang sahabatnya ingin menaiki sebuah teksi, cari bilangan cara yang mungkin untuk mereka memilih tempat duduk jika **TP 4**
- tiada sebarang syarat,
 - Zara ingin duduk di bahagian hadapan,
 - Zara ingin duduk di bahagian belakang.
13. Terdapat 15 orang murid yang gemar menyelesaikan teka-teki. Mereka berjumpa antara satu sama lain untuk menyelesaikan teka-teki tersebut. Pada perjumpaan pertama, mereka saling bersalaman antara satu sama lain. Cari bilangan cara bersalaman yang berlaku jika **TP 5**
- kesemua mereka bersalaman antara satu sama lain,
 - tiga orang saling mengenali antara satu sama lain dan mereka tidak bersalaman sesama mereka.
14. Menggunakan bucu-bucu sebuah nonagon, cari bilangan **TP 5**
- garis lurus yang dapat dibentuk,
 - segi tiga yang dapat dibentuk,
 - segi empat yang dapat dibentuk.



EKSPLORASI MATEMATIK

5	3		7			
6			1	9	5	
	9	8				6
8			6			3
4		8		3		1
7			2			6
	6				2	8
			4	1	9	
			8			7

SUDOKU

Sudoku ialah permainan yang berasaskan logik dan melibatkan peletakan nombor. Sudoku diperkenalkan pada tahun 1979 tetapi mula popular sekitar tahun 2005. Matlamat permainan Sudoku ialah memasukkan satu digit antara satu hingga sembilan dalam satu sel grid 9×9 dengan subgrid 3×3 . Setiap baris, lajur dan subgrid hanya boleh diisi dengan digit satu hingga sembilan tanpa pengulangan.

- Pada pendapat anda, adakah permainan Sudoku ini menggunakan konsep pilih atur atau gabungan? Terangkan jawapan anda.
- Berapakah cara yang mungkin untuk anda mengisi digit-digit dalam baris yang pertama dalam permainan Sudoku tersebut?
- Berapakah cara yang mungkin untuk anda menyelesaikan permainan Sudoku tersebut?