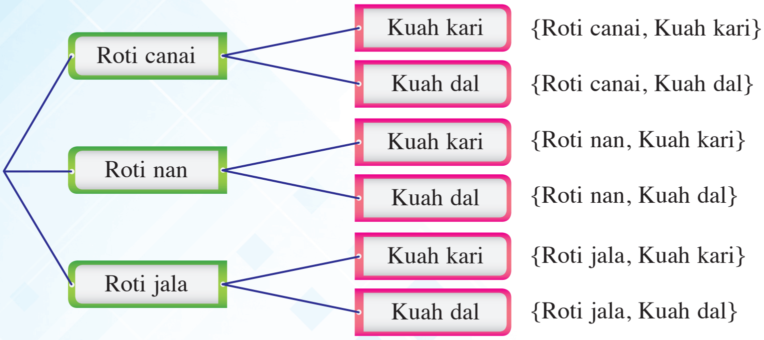
Jawapan

BAB 4 PILIH ATUR DAN GABUNGAN

Aktiviti Penerokaan 1 (Halaman 120)

2.



3. 3 jenis roti × 2 jenis kuah = 6 cara memilih set

4. 3 jenis roti × 2 jenis kuah × 4 jenis minuman = 24 cara memilih set

Perbincangan (Halaman 121)

Bilangan digit dari 0 hingga 9 ialah 10. Setiap digit bagi kod itu terdiri daripada 10 digit. Maka, bilangan cara kod 4 digit boleh dibentuk = 10 × 10 × 10 × 10 = 10 000.

Latihan Kendiri 4.1

1. Bilangan cara padanan kemeja dan seluar:
3 × 5 = 15

2. Bilangan cara set jawapan diperoleh:
15 × 2 = 30

3. (a) Bilangan cara menggunakan jalan yang sama:
4 × 5 × 1 × 1 = 20
(b) Bilangan cara tidak menggunakan jalan yang sama:
4 × 5 × 4 × 3 = 240

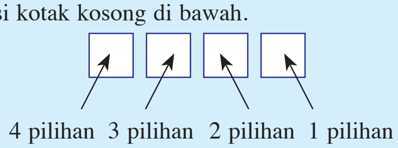
Aktiviti Penerokaan 2 (Halaman 121)

3. Terdapat dua kaedah yang boleh digunakan.
Kaedah 1: Senaraikan semua susunan yang mungkin.

TUAH	TUHA	TAUH	TAHU	THUA	THAU
UTAH	UTHA	UATH	UAHT	UHAT	UHTA
ATUH	ATHU	AUTH	AUHT	AHTU	AHUT
HTUA	HTAU	HUTA	HUAT	HATU	HAUT

Terdapat 24 cara untuk menyusun huruf-huruf tersebut tanpa ulangan.
Kaedah 2:

Isi kotak kosong di bawah.



Bagi kotak pertama, terdapat empat cara huruf yang boleh diisi sama ada T, U, A atau H.
Bagi kotak kedua, terdapat tiga cara huruf yang boleh diisi.
Bagi kotak ketiga, terdapat dua cara huruf yang boleh diisi.
Bagi kotak keempat, terdapat satu cara huruf yang boleh diisi.
Dengan menggunakan petua pendaraban, bilangan cara susunan yang mungkin ialah $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Perbincangan (Halaman 122)

Diketahui bahawa $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$
Boleh juga ditulis sebagai $n! = n \times (n - 1)!$

Seterusnya, $(n - 1)! = \dfrac{n!}{n}$

Gantikan nilai $n = 1$

$$(1 - 1)! = \frac{1!}{1}$$
$$0! = 1$$

Perbincangan (Halaman 122)

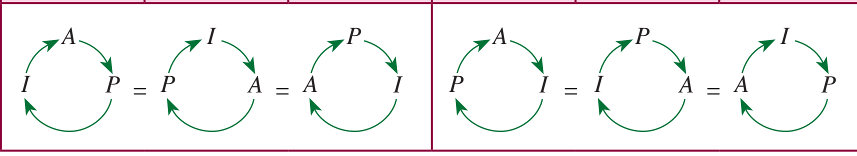
(a) $\dfrac{n!}{(n - 2)!} = \dfrac{n! \times (n - 1)! \times (n - 2)! \times (n - 3)! \ldots \times 3 \times 2 \times 1}{(n - 2)! \times (n - 3)! \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1}$

$= n(n - 1)!$

(b) $\dfrac{(n - 1)!}{n!} = \dfrac{\cancel{(n - 1)!}}{n\cancel{(n - 1)!}}$

$= \dfrac{1}{n}$

Aktiviti Penerokaan 3 (Halaman 123)

Jenis susunan	Susunan						Bilangan susunan
Linear	API	IAP	PIA	AIP	PAI	IPA	6
Membulat							2

5. Jika perkataan API disusun secara linear, bilangan cara susunan yang mungkin ialah $3! = 6$. Jika perkataan API disusun secara bulatan, didapati bahawa 3 pilih atur secara linear bersamaan dengan 1 pilih atur dalam bulatan.

Latihan Kendiri 4.2

1. (a) $\dfrac{8!}{5!} = \dfrac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{5!}}$

$= 336$

(b) $\dfrac{8! - 6!}{6!} = \dfrac{8 \times 7 \times 6! - 6!}{6!}$

$= \dfrac{\cancel{6!}(8 \times 7 - 1)}{\cancel{6!}}$

$= 55$

(c) $\dfrac{4!}{2!2!} = \dfrac{4 \times 3 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{2 \times 1 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}$

$= 6$

(d) $\dfrac{7!5!}{4!3!} = \dfrac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} \times \dfrac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}}$

$= 4\ 200$

2. (a) Diberi $n = 4$.
Maka, bilangan pilih atur ialah $4! = 24$.
(b) Diberi $n = 5$.
Maka, bilangan pilih atur ialah $5! = 120$.

(c) Diberi $n = 6$.
Maka, bilangan pilih atur ialah $6! = 720$.

(b) Diberi $n = 9$.
Maka, bilangan pilih atur ialah $9! = 362\ 880$.

3. Terdapat 7 orang pelanggan yang perlu disusun untuk duduk di sebuah meja bulat.
Maka, bilangan cara menyusun 7 orang pelanggan ialah $(7 - 1)! = 6! = 720$.

4. Diberi $n = 8$. Didapati bahawa, susunan mengikut arah jam dan lawan arah jam tidak memberi perbezaan.
Maka, bilangan cara menyusun 8 butir permata berlainan warna untuk membentuk seutas rantai ialah
$\dfrac{(8-1)!}{2} = \dfrac{7!}{2} = 2\ 520$.

Perbincangan (Halaman 125)

(a)
$$\begin{aligned}
{}^{n}P_2 &= 20\\
\frac{n!}{(n-2)!} &= 20\\
\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} &= 20\\
n(n-1) &= 20\\
n^2 - n - 20 &= 0\\
(n+4)(n-5) &= 0\\
n &= 5
\end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned}
{}^{n+2}P_3 &= 30n\\
\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!} &= 30n\\
\frac{(n+2)(n+1)n\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} &= 30n\\
(n+2)(n+1) &= 30\\
n^2 + n + 2 - 30 &= 0\\
n^2 - 3n - 28 &= 0\\
(n-4)(n+7) &= 0\\
n &= 4
\end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned}
{}^{n+1}P_4 &= 10\,{}^{n}P_2\\
\frac{(n+1)!}{(n-3)!} &= 10\frac{n!}{(n-2)!}\\
\frac{(n+1)!}{n!} &= 10\frac{(n-3)!}{(n-2)!}\\
\frac{(n+1)\cancel{n!}}{\cancel{n!}} &= 10\frac{\cancel{(n-3)!}}{(n-2)\cancel{(n-3)!}}\\
(n+1)(n-2) &= 10\\
n^2 - n - 2 - 10 &= 0\\
n^2 - n - 12 &= 0\\
(n-4)(n+3) &= 12\\
n &= 4
\end{aligned}$$

Latihan Kendiri 4.3

1. (a) ${}^{5}P_3 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = \dfrac{5!}{2!} = \dfrac{5 \times 4 \times 3 \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{2} \times \cancel{1}} = 60$

(b) ${}^{8}P_7 = \dfrac{8!}{(8-7)!} = \dfrac{8!}{1!} = 40\ 320$

(c) ${}^{9}P_5 = \dfrac{9!}{4!} = \dfrac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 15\ 120$

(d) ${}^{7}P_7 = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5\ 040$

2. Terdapat 9 orang peserta yang akan merebut 3 tempat utama
${}^{9}P_3 = \dfrac{9!}{(9-3)!} = 504$

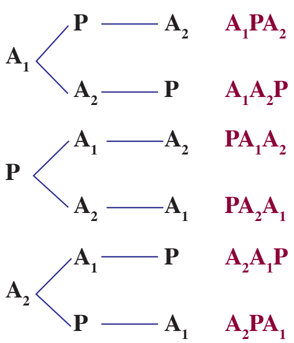
3. Terdapat 5 pintu yang boleh dimasuki oleh 3 orang penonton.
$^5P_3 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = 60$

4. Terdapat 8 digit boleh dipilih untuk membentuk 4 digit nombor
$^8P_4 = \dfrac{8!}{(8-4)!} = 1\ 680$

5. Terdapat 6 daripada 10 biji pinggan yang perlu disusun secara bulatan. Susunan mengikut arah jam dan lawan arah jam tidak memberi perbezaan.
$\dfrac{^{10}P_6}{6} = 25\ 200$

Aktiviti Penerokaan 4 (Halaman 126)

2.



3. Bilangan susunan $= \boxed{3}\boxed{2}\boxed{1}$
$= 3 \times 2 \times 1$
$= 6$
$= {}^3P_3$
$= 3!$

4. Apabila $A_1 = A = A_2$ dengan dua susunan yang sama dianggap sebagai satu susunan, 3 bilangan susunan diperoleh, iaitu APA, AAP dan PAA. Cara untuk memperoleh 3 bilangan susunan ini adalah dengan membahagikan jumlah susunan huruf-huruf dalam A_1PA_2 dengan 2 huruf secaman A, iaitu 3! = 3.

Perbincangan (Halaman 127)

Terdapat 9 huruf dengan 3 huruf S dan 3 huruf I.
Hanya 7 huruf sahaja yang perlu disusun. Huruf-huruf terdiri daripada tiga huruf S, tiga huruf I dan satu daripada huruf M, B atau O.
2 kaedah dalam menentukan bilangan cara menyusun huruf-huruf:

Kaedah 1: $\dfrac{3 \times 8!}{3!3!} = 3\ 360$

Kaedah 2 = $\underline{S}\ \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{\frac{8!}{2!3!}} = \dfrac{1 \times 8!}{2!3!} = 3\ 360$

Latihan Kendiri 4.4

1. (a) Diberi $n = 6$. Bilangan objek secaman ialah 2 huruf O.
Bilangan pilih atur, $\dfrac{6!}{2!} = 360$.
(b) Diberi $n = 7$. Bilangan objek secaman ialah 3 huruf A.
Bilangan pilih atur, $\dfrac{7!}{3!} = 840$
(c) Diberi $n = 9$. Bilangan objek secaman ialah 2 huruf T dan 2 huruf I.
Bilangan pilih atur, $\dfrac{9!}{2!2!} = 90\ 720$

(d) Diberi $n = 14$. Bilangan objek secaman ialah 5 huruf S, 3 huruf I dan 2 huruf O.
Bilangan pilih atur, $\frac{14!}{5!3!2!} = 60\ 540\ 480$

2. Diberi jumlah pen, $n = 8$. Bilangan objek secaman ialah 5 batang pen biru dan 3 batang pen merah.
Bilangan pilih atur, $\frac{8!}{5!3!} = 56$

3. Diberi jumlah bendera, $n = 10$. Bilangan objek secaman ialah 4 helai bendera putih dan 6 helai bendera kuning.
Bilangan pilih atur, $\frac{10!}{6!4!} = 210$

4. Diberi 4, 6 dan 8 berulang sebanyak dua kali dan 3 sebanyak sekali, oleh itu $n = 7$.
Bilangan pilih atur, $\frac{7!}{2!2!2!} = 630$

Latihan Kendiri 4.5

1. (a) Terdapat $3! = 6$ cara untuk menyusun huruf konsonan.
Terdapat $2! = 2$ cara untuk menyusun huruf vokal.
Bilangan cara ialah $3! \times 2! = 12$.
(b) Terdapat $2! = 2$ cara untuk menyusun huruf vokal di awal dan akhir susunan.
Terdapat baki $3! = 6$ cara untuk menyusun baki huruf.
Bilangan cara ialah $3! \times 2! = 12$.
(c) Jika huruf-huruf vokal dan konsonan dalam kelopok masing-masing,

KKK VV

Terdapat $3! \times 2! = 12$ cara untuk menyusun dengan keadaan kelompok huruf konsonan di hadapan dan kelompok huruf vokal di belakang.

VV KKK

Terdapat $2! \times 3! = 12$ cara untuk menyusun dengan keadaan kelompok huruf vokal di hadapan dan kelompok huruf konsonan di belakang.
Maka, bilangan susunan yang mungkin ialah $12 + 12 = 24$.

2. Terdapat 6 digit yang boleh dipilih.
Didapati bahawa terdapat 5 digit yang memenuhi syarat untuk membentuk nombor 4 digit yang lebih daripada 2 000, iaitu 2, 4, 5, 6 dan 7. Pilih atur digit pertama ialah ${}^5P_1$.
Untuk baki 3 digit seterusnya, pilih atur diberikan oleh ${}^5P_3$.
Maka, bilangan cara nombor 4 digit yang lebih daripada 2 000 dapat dibentuk ialah ${}^5P_1 \times {}^5P_3 = 300$.

3. Terdapat 12 huruf dalam perkataan TRIGONOMETRI dengan bilangan huruf secaman ialah 2 huruf T, 2 huruf R, 2 huruf I dan 2 huruf O. Oleh sebab huruf pertama ialah G dan huruf terakhir ialah E,
$\frac{10!}{2!2!2!2!} = 22\ 680$.

4. (a) Bilangan cara menyusun 6 orang ahli keluarga mengelilingi meja bulat ialah $(6 - 1)! = 120$.
(b) Dengan menganggap ibu dan ayah sebagai satu unit, bilangan cara menyusun ibu dan ayah bersama 4 orang anak ialah $(5 - 1)! = 24$
Kedudukan ibu dan ayah boleh saling bertukar, $2! = 2$.
Maka, $24 \times 2 = 42$ cara.

Latihan Formatif 4.1

1. $(5 \times 2) \times (5 \times 4) = 200$

2. (a) $10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$
(b) $10 \times 9 \times 8 = 720$ atau ${}^{10}P_3 = 720$

3. Bilangan nombor yang berada di antara 5 000 dan 6 000 ialah ${}^1P_1 \times {}^4P_3 = 24$.
Bilangan nombor genap yang diperoleh di antara 5 000 dan 6 000 diberikan oleh ${}^1P_1 \times {}^3P_1 \times {}^3P_2 = 18$.

4. (a) ${}^2P_2 \times {}^9P_9 = 725\ 760$ atau $2! \times 9! = 725\ 760$
(b) ${}^2P_2 \times {}^8P_8 = 80\ 640$ atau $2! \times 8! = 80\ 640$
(c) ${}^{10}P_{10} - ({}^2P_2 \times {}^9P_9) = 2\ 903\ 040$ atau $10! - (2! \times 9!) = 2\ 903\ 040$

5. BAKU: $4! = 24$
BAKA: $\frac{4!}{2!} = 12$
Tidak sama kerana perkataan BAKA mengandungi objek secaman, iaitu A.

6. $\dfrac{8!}{5!3!} = 56$

7. $\dfrac{{}^7P_6}{6} = 840$

Latihan Kendiri 4.6

Gabungan kerana tiada syarat kedudukan untuk memilih saluran televisyen.

Kuiz Pantas (Halaman 133)

Diketahui bahawa ${}^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

$$ {}^nC_0 = \frac{n!}{0!n!} = 1 \qquad , \qquad {}^nC_1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n $$

Perbincangan (Halaman 134)

Dalam Contoh 7, kedudukan jawatan adalah penting, iaitu Presiden, Naib Presiden dan Setiausaha. Oleh itu, konsep pilih atur digunakan.

Dalam Contoh 15, kedudukan jawatan tidak diambil kira. Mana-mana tiga orang calon akan dilantik menjadi ahli jawatankuasa.

Latihan Kendiri 4.7

1. (a) ${}^{12}P_3 \times {}^9P_2 = 95\ 040$

   (b) ${}^{12}C_5 = \dfrac{12!}{5!(12-5)!} = \dfrac{12!}{5!7!} = 792$

2. ${}^{25}C_3 = \dfrac{25!}{3!(25-3)!} = \dfrac{25!}{3!22!} = 2\ 300$

3. ${}^6C_4 = \dfrac{6!}{4!(6-4)!} = \dfrac{6!}{4!2!} = 15$

4. Bilangan garisan yang dapat dibentuk daripada bucu-bucu, ${}^8C_2 = \dfrac{8!}{2!(8-2)!} = \dfrac{8!}{2!6!} = 28$

   Maka, bilangan pepenjuru diberi oleh 28 – 8 = 20.

Perbincangan (Halaman 135)

Jawapan yang sama akan diperoleh walaupun memilih lima atau tiga orang terlebih dahulu.

${}^{10}C_2 \times {}^8C_3 \times {}^5C_5 = 2\ 520$

${}^{10}C_5 \times {}^5C_3 \times {}^2C_2 = 2\ 520$

${}^{10}C_3 \times {}^7C_5 \times {}^2C_2 = 2\ 520$

Latihan Kendiri 4.8

1. ${}^5C_2 \times {}^3C_1 = 30$

2. ${}^3C_2 \times {}^6C_4 = 45$

3. (a) ${}^5C_5 \times {}^6C_2 = 15$

   (b) Apabila memilih sekurang-kurangnya lima orang graduan wanita, terdapat dua kes yang mungkin, iaitu

   6 orang graduan wanita dipilih, ${}^5C_1 \times {}^6C_6 = 5$

   5 orang graduan wanita dipilih, ${}^5C_2 \times {}^6C_5 = 60$

   Maka, bilangan cara ialah $({}^5C_1 \times {}^6C_6) + ({}^5C_2 \times {}^6C_5) = 65$

Latihan Formatif 4.2

1. Diketahui bahawa ${}^{n}C_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

$${}^{n}C_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\big(n-(n-r)\big)!}$$
$${}^{n}C_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!(n-n+r)!}$$
$${}^{n}C_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\ r!}$$
$${}^{n}C_{n-r} = {}^{n}C_r$$

2. (a) ${}^{8}C_5 = 56$
   (b) ${}^{5}C_3 \times {}^{3}C_2 = 30$
   (c) $({}^{5}C_4 \times {}^{3}C_1) + ({}^{5}C_5 \times {}^{3}C_0) = 15 + 1 = 16$
3. $({}^{4}C_4 \times {}^{3}C_1) + ({}^{4}C_3 \times {}^{3}C_2) = 15$
4. $({}^{4}C_4 \times {}^{6}C_4) + ({}^{4}C_3 \times {}^{6}C_5) + ({}^{4}C_2 \times {}^{6}C_6) = 45$
5. (a) ${}^{12}C_4 \times {}^{8}C_4 \times {}^{4}C_4 = 34\ 650$
   (b) ${}^{12}C_6 \times {}^{6}C_6 = 924$

Latihan Sumatif

1. Kod empat huruf yang dapat dibentuk tanpa ulangan, ${}^{8}P_4 = 1\ 680$
   Kod empat huruf yang bermula dengan konsonan, ${}^{5}P_1 \times {}^{7}P_3 = 1\ 050$
2. 10 digit dan 26 huruf, ${}^{36}P_6 = 1\ 402\ 410\ 240$
3. (a) Bilangan susunan huruf yang tidak bermula dengan huruf S,
   ${}^{5}P_5 - ({}^{1}P_1 \times {}^{4}P_4) = 96$ atau $5! - (1 \times 4!) = 96$
   (b) Bilangan susunan huruf yang tidak berakhir dengan huruf S atau P,
   ${}^{5}P_5 - ({}^{2}P_1 \times {}^{3}P_3 \times {}^{1}P_1) = 108$
4. 5 kali perlawanan dengan 3 kesudahan, $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$
5. Terdapat bilangan huruf, $n = 7$ dalam perkataan JANJANG. Bilangan objek secaman ialah 2 huruf J, 2 huruf A dan 2 huruf N.
   Bilangan susunan yang mungkin, $\dfrac{2!6!}{2!2!2!} = 180$
6. Terdapat bilangan kemeja, $n = 15$. Bilangan objek secaman ialah 2 saiz S, 3 saiz M, 6 saiz L dan 2 saiz XL.
   Bilangan cara, $\dfrac{13!}{2!3!6!2!} = 360\ 360$
7. Terdapat bilangan anak pokok, $n = 7$, $\dfrac{{}^{7}P_5}{5} = 504$
8. (a) Susunan Emma dan Fakhrul bersama yang lain ialah $(5-1)!$.
   Kedudukan Emma dan Fakhrul boleh saling bertukar.
   $(5-1)! \times 2 = 24 \times 2 = 48$
   (b) Susunan semua orang dalam bulatan ialah $(6-1)! = 120$.
   Diketahui dari (a), bilangan cara Emma dan Fakhrul bersebelahan ialah 48.
   Maka, $120 - 48 = 72$
9. Terdapat 3 kuntum bunga merah, 4 kuntum bunga biru dan 5 kuntum bunga putih.
   $\dfrac{(12-1)!}{2 \times 3!4!5!} = 1\ 155$
10. Jika calon menjawab 4 soalan pada bahagian A, ${}^{6}C_4 \times {}^{7}C_6 = 105$
    Jika calon menjawab 5 soalan pada bahagian A, ${}^{6}C_5 \times {}^{7}C_5 = 126$
    Jika calon menjawab 6 soalan pada bahagian A, ${}^{6}C_6 \times {}^{7}C_4 = 35$
    Maka, $105 + 126 + 35 = 266$.

11. (a) Bilangan cara jawatankuasa dapat dibentuk tanpa sebarang syarat, ${}^8C_3 = 56$

(b) Bilangan cara jawatankuasa dapat dibentuk daripada 4 orang suami, ${}^4C_3 = 4$

(c) Daripada (a), ${}^8C_3 = 56$

Bilangan cara jawatankuasa dapt dibentuk jika pasangan suami isteri dipilih, ${}^4C_1 = 4$

Baki satu tempat jawatankuasa boleh dipilih daripada 6 orang yang lain, ${}^6C_1 = 6$ cara.

Oleh itu, bilangan cara jawatankuasa dibentuk jika terdapat pasangan suami isteri dipilih,

${}^4C_1 \times {}^6C_1 = 24$

Maka, cara jawatankuasa dipilih jika tiada pasangan suami isteri boleh memegang jawatan ialah $56 - 24 = 32$.

12. (a) Bilangan cara 4 orang memilih tempat duduk, ${}^4C_1 \times {}^3C_3 = 4$

(b) Bilangan cara memilih tempat duduk jika Zara duduk di bahagian hadapan, ${}^1C_1 \times {}^3C_3 = 1$

(c) Bilangan cara memilih tempat duduk jika Zara duduk di bahagian belakang, ${}^3C_1 \times {}^2C_2 \times {}^1C_1 = 3$

13. (a) Bilangan cara bersalaman antara satu sama lain, ${}^{15}C_2 = 105$

(b) Bilangan cara 3 orang yang saling mengenali bersalaman diberikan oleh ${}^3C_2$.

Maka, ${}^{15}C_2 - {}^3C_2 = 102$

14. (a) Bilangan garis lurus yang dapat dibentuk, ${}^9C_2 = 36$

(b) Bilangan segi tiga yang dapat dibentuk, ${}^9C_3 = 84$

(c) Bilangan segi empat yang dapat dibentuk, ${}^9C_4 = 126$