



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA  
Jabatan Pendidikan Negeri Pulau Pinang

PULAU PINANG PENERAJU TRANSFORMASI PENDIDIKAN NEGARA

# MODUL GMAT + PENANG

FORMAT BAHARU KSSM  
MATEMATIK TAMBAHAN 2021

Tingkatan

5



Rys. 2| Histogramy przedstawiające...  
z polskich hut w ramach zakła...  
zebranych EPSTAL o średni...  
a) R – granica plastyczności (m...  
b) R – wytrzymałość na rozciąg...

**EDISI GURU**

DIGUBAL OLEH GURU-GURU MATEMATIK TAMBAHAN NEGERI PULAU PINANG



# KANDUNGAN MODUL

1

Item disusun berdasarkan Standard Kandungan KSSM secara topikal Tingkatan 4 & Tingkatan 5

2

Jawapan & langkah kerja disediakan menerusi Kod QR

3

4 spesifikasi item diberikan bagi setiap item

4

Set item-item tambahan disediakan menerusi Kod QR

5

2 Set Kertas Model SPM disediakan menerusi Kod QR



## Kod QR

- + Modul GMAT+ PENANG
- + Jawapan & Langkah Kerja
- + Set Item-item Tambahan
- + Set Kertas Model SPM



# NAMA AHLI PANEL

**Penyelaras Modul :**

**SUNNY SEOWFUDDIN BIN ABDULLAH**  
PENOLONG PENGARAH SAINS DAN MATEMATIK, JPNPP

**Ahli Panel :**

**ROZITA BINTI KATAN**  
KPPK SAINS DAN MATEMATIK, JPNPP

**SUSILAWATI BINTI SAAD**  
KPP SAINS DAN MATEMATIK, JPNPP

**ANBU CHELIAN A/L SOUNDARAJAN**  
SISC+ PPD TIMUR LAUT

**CHUA CHAE HIANG**  
SISC+ PPD TIMUR LAUT

**BIDAYAH BINTI SALLEH**  
SISC+ PPD TIMUR LAUT

**DR SUZLIPAH BINTI SANUSI**  
SISC+ PPD BARAT DAYA

**ROSLI BIN BAKAR**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI UTARA

**SHUHAIMI BIN SHARIFF**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI UTARA

**ZAINAH BINTI DON**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI UTARA

**ONG KHYE CHING**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI TENGAH

**KHAIROLAJMAN BIN ISMAIL**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI TENGAH

**HAJAH ASMAH BINTI OMAR**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI TENGAH

**CHE ISMAHANI BINTI MOHAMED ISMAIL**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI SELATAN

**HAJAH MASYANY BINTI MUSA**  
SISC+ PPD SEBERANG PERAI SELATAN

**SUHAIMI BIN MOHD TABIEE**  
SMK DATUK HAJI ABDUL KADIR

**ABDUL RAHIM BIN NAPIAH**  
SMS TUN SYED SHEH SHAHABUDIN

**NORAZMAN BIN MOHAMAD**  
SMK BERTAM PERDANA

**FASYA BINTI ABDULL HAMID**  
SMK DATUK ONN BUTTERWORTH

**K. KARUPAYEE A/P K. KARUPPIAH**  
SMK TAMAN WIDURI

**LAILI AZLIN BINTI ISMAIL**  
SMK (P) ST GEORGE

**LIEW QI YING**  
SMK CONVENT GREEN LANE

**MONALIZA BINTI MOHAMED**  
SMK SUNGAI ARA

**NEMIE PARINIE BINTI OTHMAN**  
SMK SIMPANG EMPAT

**NOOR AFIZA BINTI AHMAD**  
SMT TUNKU ABDUL RAHMAN PUTRA

**NURUL ILIANI BINTI MUSTAPHA** SMK  
PONDOK UPEH

**SAFIAH BINTI IBRAHIM**  
SMK PERMAI INDAH

**SAW WAN YIN**  
SMK TUN SYED SHEH BARAKBAH

**ZAMRIYAH BINTI ABU SAMAH**  
SMK SERI BAYU

# ISI KANDUNGAN

<b>TAJUK TOPIC</b>	<b>MUKA SURAT PAGE</b>
<b>1. SUKATAN MEMBULAT <i>CIRCULAR MEASURE</i></b>	<b>1 - 13</b>
<b>2. PEMBEZAAN <i>DIFFERENTIATION</i></b>	<b>14 - 30</b>
<b>3. PENGAMIRAN <i>INTEGRATION</i></b>	<b>31 - 49</b>
<b>4. PILIH ATUR DAN GABUNGAN <i>PERMUTATION AND COMBINATION</i></b>	<b>50 - 61</b>
<b>5. TABURAN KEBARANGKALIAN <i>PROBABILITY DISTRIBUTION</i></b>	<b>62 - 73</b>
<b>6. FUNGSI TRIGONOMETRI <i>TRIGONOMETRIC FUNCTIONS</i></b>	<b>74 - 83</b>
<b>7. PENGATURCARAAN LINEAR <i>LINEAR PROGRAMMING</i></b>	<b>84 - 94</b>
<b>8. KINEMATIK GERAKAN LINEAR <i>KINEMATICS OF LINEAR MOTION</i></b>	<b>95 - 104</b>

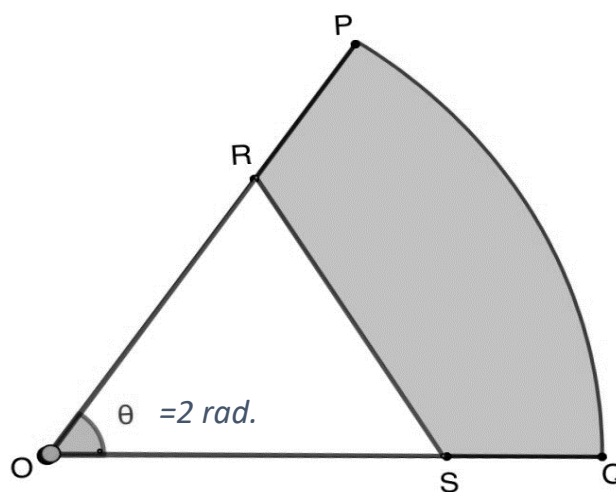
# BAB 1

## SUKATAN MEMBULAT CIRCULAR MEASURE

1. Rajah 1 di bawah menunjukkan sektor  $POQ$  bagi bulatan berpusat  $O$ . Diberi  $PR = RO = OS = SQ = 5$  cm, cari luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berlorek  $PRSQ$ .  
The diagram 1 below shows sector  $POQ$  from a circle with centre  $O$ . Given  $PR = RO = OS = SQ = 5$  cm, find the area of shaded region  $PRSQ$ , in  $\text{cm}^2$ .

[4 markah]

[4 marks]



Rajah 1  
Diagram 1

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Geometri

**KONTRUK :**

Menggunakan  $\frac{1}{2}r^2\theta$  &  $\frac{1}{2}ab\sin\theta$

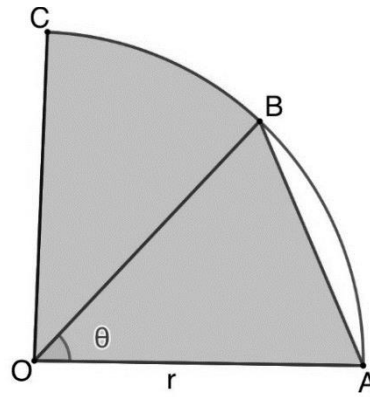
**KONTEKS :**

Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**

Rendah

2.



Rajah 2  
Diagram 2

Rajah 2 di sebelah menunjukkan sukuan bagi bulatan berpusat  $O$  dan berjejari,  $r = 8$  cm.  $B$  ialah titik pada lengkok itu dengan keadaan panjang lengkok  $AB$  dan  $BC$  adalah dalam nisbah  $2 : 3$ . Diberi  $\angle AOB = \theta$  radian,

The diagram 2 on the right shows a quadrant with centre  $O$  and a radius,  $r = 8$  cm.  $B$  is on the arc of the quadrant such that the arc lengths  $AB$  and  $BC$  are in the ratio  $2 : 3$ . Given that  $\angle AOB = \theta$  radian,

Cari  
Find

- cari nilai  $\theta$ ,  
the value of  $\theta$ ,
- luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berwarna.  
the area of the shaded region, in  $\text{cm}^2$ .

[5 markah]  
[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Geometri

**KONTRUK :**

Menggunakan  $\frac{1}{2}r^2\theta$  &  $\frac{1}{2}absin\theta$

**KONTEKS :**

Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**

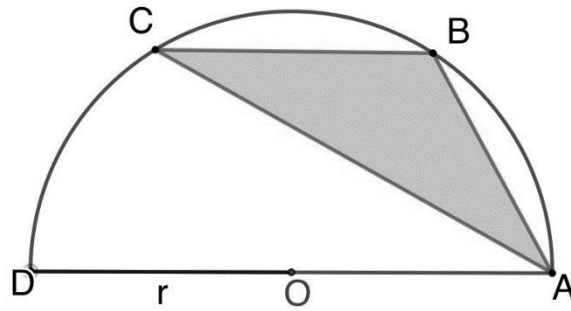
Rendah

3. Dalam rajah 3,  $ABCD$  ialah semibulatan dengan pusat  $O$  dan berjari  $r$  cm. Diberi panjang lengkok  $AB$ ,  $BC$  dan  $CD$  adalah sama. Hitung luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berlorek. Berikan jawapan dalam sebutan  $r$ .

*In the diagram 3 below,  $ABCD$  is a semicircle with centre  $O$  and a radius of  $r$  cm. Given that the arc lengths of  $AB$ ,  $BC$  and  $CD$  are same, calculate the area of the shaded region, in  $\text{cm}^2$ . Give answer in terms of  $r$ . [ Guna / Use  $\pi = 3.142$  ]*

[6 markah]

[6 marks]



Rajah 3  
Diagram 3

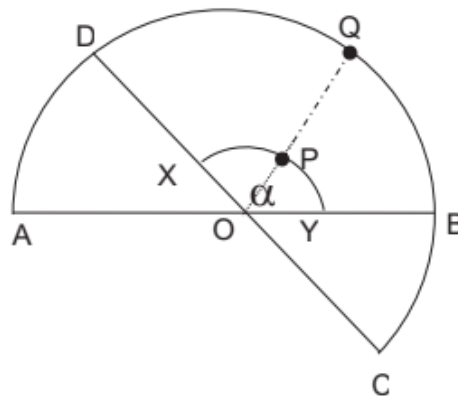
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Geometri

**KONTRUK :**  
Memahami, menganalisis & mengaplikasikan konsep luas sektor & luas tembereng.

**KONTEKS :**  
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

4. (a) Tukarkan sudut  $0.1312$  rad kepada darjah dan minit.  
*Convert  $0.1312$  rad to degree and minutes.*
- (b) Rajah 4 menunjukkan sebuah semi bulatan berpusat  $O$  dengan diameter adalah  $2h$ .  
 Diberi  $\angle XOY = \alpha$  rad dan lengkuk  $XY = \frac{1}{4}h$ .  
*Diagram 4 shows a semicircle centre at  $O$  with a diameter of  $2h$ .  
 Given  $\angle XOY = \alpha$  rad and arc  $XY = \frac{1}{4}h$ .*



Rajah 4  
 Diagram 4

Cari panjang  $PQ$  dalam sebutan  $\alpha$  dan  $h$   
*Find the length of  $PQ$  in term of  $\alpha$  and  $h$*

[5 markah]  
 [5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Geometri

**KONTRUK :**  
 Mengaplikasikan konsep  $S = r\theta$

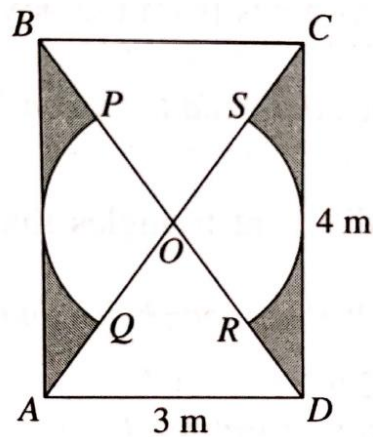
**KONTEKS :**  
 Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana



5. Rajah 5 menunjukkan satu logo yang dilukis pada sebuah papan iklan berbentuk segi empat tepat  $ABCD$ . Pepenjuru  $AC$  dan pepenjuru  $BD$  bersilang di  $O$ .  $PQ$  dan  $RS$  ialah lengkung bulatan berpusat di  $O$ . Adib ingin mengecat kawasan berlorek dengan warna hijau. Hitung luas, dalam  $m^2$ , kawasan itu.

*Diagram 5 shows a logo drawn on the rectangular advertisement board  $ABCD$ . The diagonal  $AC$  and  $BD$  intersect at  $O$ . Adib intends to paint the shaded region with green colour. Calculate the area, in  $m^2$ , of the region.*



Rajah 5  
Diagram 5

[4 markah]  
[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Geometri

**KONTRUK :**

Mengaplikasikan konsep segitiga & luas sector

**KONTEKS :**

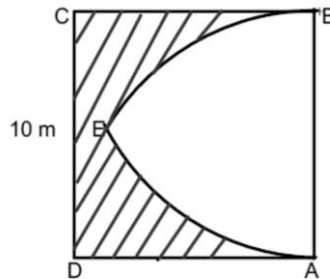
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**

Rendah

6. Rajah 6 di bawah menunjukkan pandangan hadapan sebahagian lukisan mural berbentuk segi empat sama pada dinding bangunan sekolah;  $EB$  ialah lengkok bulatan dengan pusat  $A$  dan  $AE$  adalah lengkok bulatan dengan pusat  $B$ .

*The diagram 6 below shows part of the front view of a square shape mural art on a wall in a school building.  $EB$  is an arc of a circle with centre  $A$  and  $AE$  is an arc of a circle with centre  $B$ .*



Rajah 6  
Diagram 6

Abu dan Haris berhasrat untuk mengecat kawasan yang berlorek dengan warna biru. Kirakan luas dalam  $m^2$ , kawasan yang perlu dicat semula.

*Abu and Haris decided to paint the shaded region with blue colour. Calculate the area, in  $m^2$ , of the region which need to be repainted.*

[8 markah]  
[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Geometri

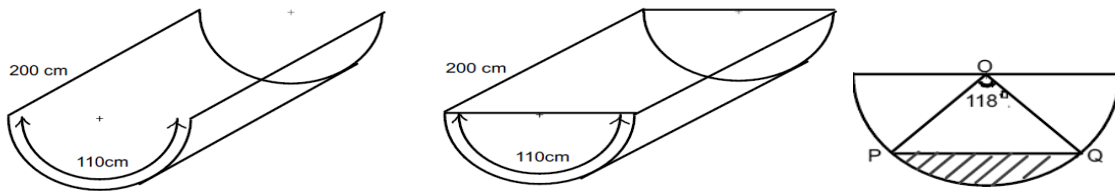
**KONTRUK :**  
Menganalisis & mengaplikasikan konsep luas sektor & tembereng.

**KONTEKS :**  
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

7. Sekeping aluminium yang berbentuk segi empat tepat berukuran 200 cm dan 110 cm dibengkokkan untuk membentuk separuh permukaan melengkung silinder. Dua semibulatan dilekatkan di kedua-dua hujung bentuk itu untuk membuat sebuah bekas air seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Bekas itu diletakkan secara mengufuk dan air dituangkan ke dalamnya.  $PQ$  mewakili paras air di dalam bekas itu dengan  $O$  ialah pusat semibulatan dan  $\angle POQ = 118^\circ$ .

*A rectangular piece of aluminum measuring exactly 200 cm and 110 cm is bent into a semi cylinder in the diagram. Two semicircle are use seal up the two ends of the semi cylinder so that it becomes a container to hold water as shown below. The container is held horizontally and water is poured into the container and  $O$  is a center of the semicircle and  $\angle POQ = 118^\circ$ .*



- (a) Tunjukkan bahawa jejari silinder itu ialah 35 cm, betul kepada cm terhampir.  
*Show that the radius of the cylinder is about 35 cm, correct to the nearest cm.*
- (b) Hitung  
*Calculate*
- (i) luas, dalam  $\text{cm}^2$ , sektor  $POQ$ ,  
*the area of sector  $POQ$  in  $\text{cm}^2$ ,*
- (ii) luas dalam  $\text{cm}^2$ , tembereng berlerek  
*the area of shaded segment in  $\text{cm}^2$ ,*
- (iii) isipadu, dalam liter, air di dalam bekas itu.  
*the volume of water in the container in litres.*

[10 markah]

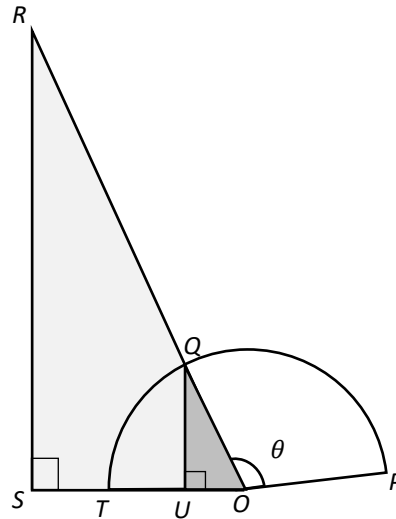
[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Geometri

**KONTRUK :**  
Memahami, menganalisis & mengaplikasikan konsep isipadu silinder & luas tembereng.

**KONTEKS :**  
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi



Rajah 8  
Diagram 8

8. Rajah 8 di atas menunjukkan dua segitiga bersudut tegak  $ORS$  dan  $OQU$  yang serupa. Sektor  $OPQT$  berpusat  $O$  dan berjari 7 cm. Diberi  $\angle TOP = 2.967$  rad dan nisbah  $OU : OS = 1 : 3$ . Jika luas trapezium  $UQRS$  ialah  $35 \text{ cm}^2$ , cari
- The diagram 8 above shows two similar right-angled triangles  $ORS$  and  $OQU$  and a sector  $OPQT$  with centre  $O$  and radius of 7 cm. Given that  $\angle TOP = 2.967$  rad and ratio  $OU : OS = 1 : 3$ . If the area of the trapezium  $UQRS$  is  $35 \text{ cm}^2$ , find*
- nilai, dalam radian,  
*the value of  $\theta$ , in radians,*
  - perimeter seluruh rajah dalam cm. [ Guna  $\pi = 3.142$  ]  
*the perimeter of the whole diagram in cm. [ Use  $\pi = 3.142$  ]*

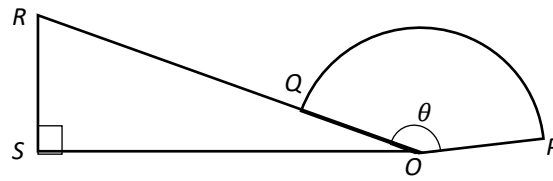
[7 markah]  
[7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Geometri

**KONTRUK :**  
Menganalisis & mengaplikasikan konsep luas trapezium & panjang lengkok

**KONTEKS :**  
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi



Rajah 9/ Diagram 9

9. Rajah 9 di atas menunjukkan segitiga bersudut tegak  $ORS$  dan sektor  $OPQ$  berjejari  $j$  cm. Diberi  $\angle POQ = \theta$  rad,  $RS = OP$  dan nisbah  $OQ : OS = 1 : 3$ . Jika luas segitiga bersudut tegak  $ORS$  dan luas sektor  $OPQ$  adalah sama, cari

*The diagram 9 above shows a right-angled triangle  $ORS$  and a sector  $OPQ$  with radius of  $j$  cm. Given that  $\angle POQ = \theta$  rad,  $RS = OP$  and ratio  $OQ : OS = 1 : 3$ . If the area of the right-angled triangle  $ORS$  and the sector  $OPQ$  are equal, find*

- (a) nilai  $\theta$ ,  
the value of  $\theta$ ,
- (b) perimeter seluruh rajah dalam sebutan  $j$ .  
the perimeter of the whole diagram in terms of  $j$ .

[5 markah]  
[5 marks]

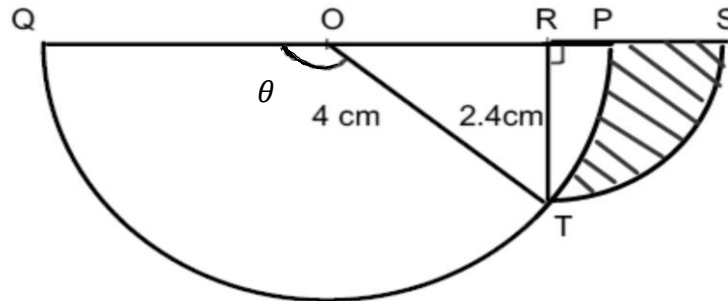
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Geometri

**KONTRUK :**  
Memahami & mengaplikasikan  
konsep luas sektor & panjang lengkok.

**KONTEKS :**  
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

10. Rajah 10 menunjukkan sebuah semibulatan  $PTQ$ , dengan pusat  $O$  dan sukuan bulatan  $STR$ , dengan pusat  $R$ .  
*The diagram 10 below shows a semicircle  $PTQ$ , with centre  $O$  and quadrant of a circle  $STR$ , with centre  $R$*



Rajah 10  
 Diagram 10

[Guna/ Use  $\pi = 3.142$ ]

Hitung  
 Calculate

- nilai  $\theta$ , dalam radian.  
*the value of  $\theta$ , in radians.*
- perimeter, dalam cm, seluruh rajah itu.  
*the perimeter, in cm, of the whole diagram,*
- luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berlorek itu.  
*the area, in  $\text{cm}^2$ , of the shaded region.*

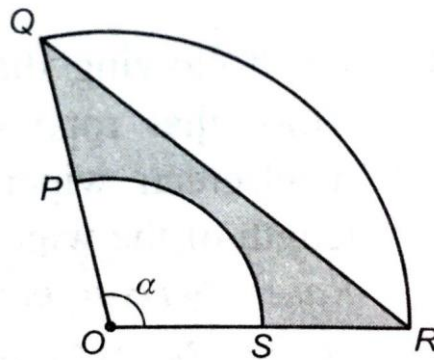
[10 markah]  
 [10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Geometri

**KONTRUK :**  
 Memahami & mengaplikasikan  
 konsep luas sektor & panjang lengkok.

**KONTEKS :**  
 Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana



Rajah 11  
Diagram 11

11. Rajah 11 menunjukkan dua sektor,  $POS$  dan  $QOR$  dengan pusat sepunya  $O$ . Jejari sektor  $POS$  ialah  $r$  cm. Diberi bahawa panjang lengkok  $PS$  dan lengkok  $QR$  masing-masing ialah 12 cm dan 28 cm. Jika  $PQ = 9$  cm, cari

*The diagram 11 shows two sectors,  $POS$  and  $QOR$  with a common centre  $O$ . The radius of the sector  $POS$  is  $r$  cm. It is given that the length of the arc  $PS$  and arc  $QR$  are 12 cm and 28 cm respectively. If  $PQ = 9$  cm, find*

- (a) nilai  $r$  dan  $\alpha$  dalam radian  
*the value of  $r$  and  $\alpha$  in radians*
- (b) luas kawasan yang berlorek, dalam  $\text{cm}^2$   
*the area of the shaded region, in  $\text{cm}^2$*

[8 markah]  
[8 marks]

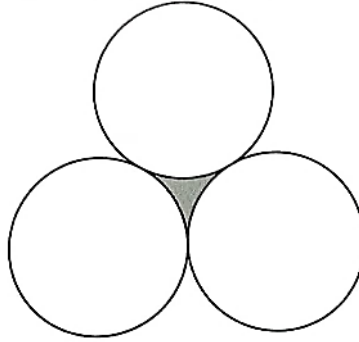
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Geometri

**KONTRUK :**  
Memahami & mengaplikasikan  
konsep luas sektor & luas tembereng

**KONTEKS :**  
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

12. (a) Tiga pinggan yang setiapnya berjajari 6 cm disusun seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 12(a).  
*Three plates with a radius of 6 cm each are arranged as shown in Diagram 12(a).*



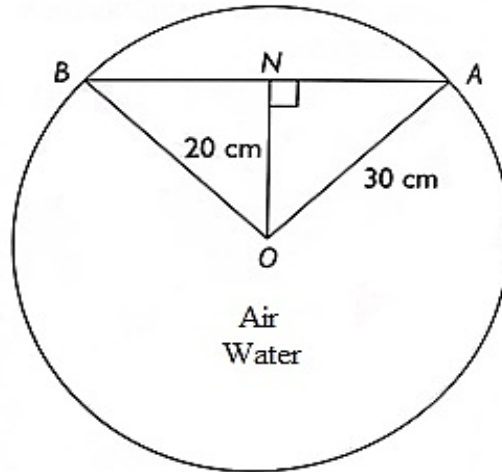
Rajah 12(a)  
 Diagram 12(a)

Dengan menggunakan  $\pi = 3.142$ , hitung  
*Using  $\pi = 3.142$ , calculate*

- (i) perimeter, dalam cm, bagi kawasan berlorek,  
*the perimeter, in cm, of the shaded region,*
- (ii) luas, dalam  $\text{cm}^2$ , bagi kawasan berlorek.  
*the area, in  $\text{cm}^2$ , of the shaded region.*



(b)



Rajah 12(b)  
Diagram 12(b)

Rajah 12(b) menunjukkan keratan rentas sebuah tangki air berbentuk silinder yang berjari 30 cm. Bekas itu diisi dengan air sehingga permukaan air  $AB$  adalah 20 cm dari pusat  $O$ . Cari peratusan bekas yang berisi air.

*Diagram 12(b) shows the cross section of a cylindrical water container with the radius of 30 cm. the container is filled with water until the water surface  $AB$  is 20 cm above the centre  $O$ . Find the percentage of the container that is filled with water.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Geometri

**KONTRUK :**  
Memahami, menganalisis & mengaplikasikan konsep luas sektor & luas tembereng

**KONTEKS :**  
Sukatan membulat

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

# BAB 2

## PEMBEZAAN DIFFERENTIATION

1. Cari nilai bagi setiap berikut :  
*Find the value of each of the following :*

$$(a) \quad \text{had}_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x^2 - 16}{x + 4} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x^2 - 16}{x + 4} \right)$$

$$(b) \quad \text{had}_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3}{x - 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3}{x - 1} \right)$$

[4 markah]  
[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Mencari nilai had

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

2. Cari  $\frac{dy}{dx}$  untuk setiap yang berikut:  
*Find  $\frac{dy}{dx}$  for each of the following:*

$$(a) \quad y = \sqrt{x}(x + 7)$$

$$(b) \quad y = \frac{2x^2 + x}{2x - 5}$$

$$(c) \quad y = -3(9 - 2x)^3$$

[6 markah]  
[ 6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menentukan terbitan pertama

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

3. Diberi  $y = \frac{2x+1}{(1-x)^2}$ , cari  $\frac{dy}{dx}$ .

Given  $y = \frac{2x+1}{(1-x)^2}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

[4 markah]

[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menentukan terbitan pertama fungsi hasil bahagi

**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

4. Bezakan ungkapan di bawah terhadap  $x$   
*Differentiate the expression below against  $x$*

$$x^2(2-3x)^4$$

[4 markah]

[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menentukan terbitan pertama fungsi hasil darab

**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

5. Diberi  $f(x) = \left(\frac{x^2+5}{x}\right)^3$ , cari  $f'(1)$

Given  $f(x) = \left(\frac{x^2+5}{x}\right)^3$ , find  $f'(1)$

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

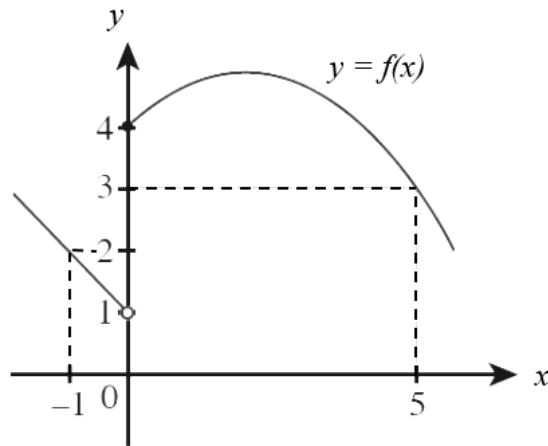
Menentukan terbitan pertama fungsi gubahan

**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana



Rajah 6  
Diagram 6

6. Rajah 6 di sebelah menunjukkan sebahagian daripada graf fungsi  $y = f(x)$   
Diagram 6 shows a part of the function graph  $y = f(x)$

(a) Berdasarkan graf,  
Based on the graph,

(i) cari  $f(0)$   
find  $f(0)$

(ii) tentukan sama ada had  $f(x)$  wujud atau tidak. Jelaskan  
determine whether  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  exist or not. Explain

(b) Seterusnya, cari  
Hence, find

(i) had  $f(x)$   
 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(ii) had  $f(x)$   
 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

(c) Cari nilai bagi had  $f(x)$  jika  $f(x) = \frac{-x^2 + 4}{x - 2}$

Find value for  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  if  $f(x) = \frac{-x^2 + 4}{x - 2}$

[10 markah]  
[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menentukan nilai had

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

7. Suatu lengkung dengan persamaan  $y = \frac{ax+b}{x^2}$ . Diberi  $\frac{dy}{dx} = 0$  dan  $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2}$  apabila  $x = 2$ , cari nilai  $a$  dan  $b$ .

*A curve with equation  $y = \frac{ax+b}{x^2}$ . Given  $\frac{dy}{dx} = 0$  and  $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2}$  when  $x = 2$ , find the values of  $a$  and  $b$ .*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

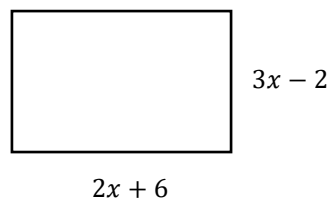
Menentukan terbitan peringkat pertama dan kedua

**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana



Rajah 8

Diagram 8

8. Rajah 8 menunjukkan segi empat dengan panjang  $2x + 6$ , dan lebar  $3x - 2$ . Jika terdapat perubahan kecil sebanyak  $m\%$  pada nilai  $x$  apabila  $x = 4$ , cari peratus perubahan yang sepadan ke atas luas segi empat tersebut dalam sebutan  $m$ .

*Diagram 8 shows a rectangle with length  $2x + 6$ , and breadth  $3x - 2$ . If there is a small change in  $x$  by  $m\%$  when  $x = 4$ , find the corresponding percentage change in the area of the rectangle in terms of  $m$ .*

[5 markah]

[ 5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menyelesaikan masalah tokokan kecil

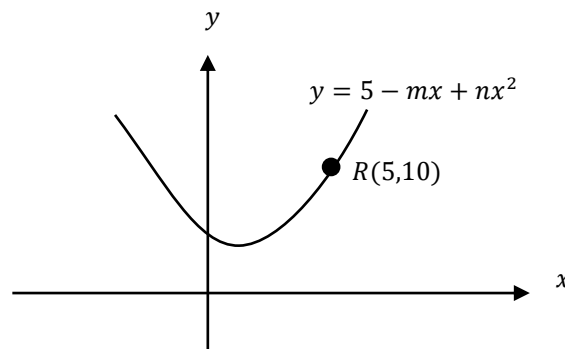
**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

9. Rajah 9 menunjukkan lengkung  $y = 5 - mx + nx^2$  dan titik  $R(5, 10)$ .  
 Diagram 9 shows the curve  $y = 5 - mx + nx^2$  and point  $R(5, 10)$ .



Rajah 9  
 Diagram 9

Diberi nilai kecerunan lengkung pada titik  $R$  adalah 6. Cari nilai  $m$  dan  $n$ .  
 Given the gradient of the curve at point  $R$  is 6. Find the values of  $m$  and  $n$ .

[4 markah]  
 [ 4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan konsep fungsi kecerunan

**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

- 10.(a) Bezakan  $y = (x - 5)^2 - x^2$  terhadap  $x$  dengan menggunakan prinsip pertama.  
 Differentiate  $y = (x - 5)^2 - x^2$  with respect to  $x$  by using the first principles.
- (b) Tunjukkan bahawa tiada titik di atas garisan  $y = x^3 + 2x - 3$  yang mempunyai nilai kecerunan  $-4$ .  
 Show that there is no point on the curve  $y = x^3 + 2x - 3$  at which the gradient of the tangent is  $-4$ .
- (c) Cari persamaan normal kepada lengkung  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$  yang selari dengan garis lurus  $15y + x - 30 = 0$ .  
 Find the equation of the normal to the curve  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$  that is parallel to the straight line  $15y + x - 30 = 0$ .

[10 markah]  
 [ 10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

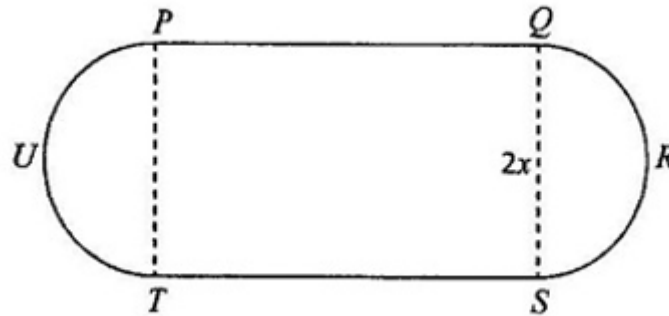
**KONSTRUK :**  
 Mengaplikasikan konsep pembezaan

**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

11. Rajah 11 menunjukkan seutas dawai yang panjangnya 50 cm dibengkokkan untuk menjadi satu rantau yang tertutup  $PQRSTU$  seperti di bawah.  $PTSQ$  adalah segi empat tepat manakala  $QRS$  dan  $PUT$  ialah dua semi bulatan dengan diameternya  $2x$  cm.

*Diagram 11 shows a piece of wire with the length 50 cm is bent to make a closed region  $PQRSTU$  as shown below.  $PTSQ$  is a rectangle while  $QRS$  and  $PUT$  are two semi circles with diameter  $2x$  cm.*



Rajah 11  
Diagram 11

- (a) Tunjukkan bahawa luas yang tertutup itu,  $L$ , diberi oleh persamaan  $L = 50x - \pi x^2$ .

*Show that the area of the closed region,  $L$ , given by the equation*

$$L = 50x - \pi x^2.$$

- (b) Cari luas maksimum bagi rantau itu.  
*Find the maximum area of the region.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai maksimum

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

12. Segulung wayar yang panjangnya 80 cm dibengkokkan menjadi sebuah bulatan. Apabila wayar tersebut dipanaskan, panjangnya menokok pada kadar  $0.2 \text{ cms}^{-1}$ .  
*A roll of wire of length 80 cm is bent into shape of a circle. When the wire is heated, its length increases at a rate of  $0.2 \text{ cms}^{-1}$ .*

[ Guna / use  $\pi = 3.142$  ]

- (a) Hitung kadar perubahan jejari bulatan tersebut.  
*Calculate the rate of change of radius of the circle.*
- (b) Seterusnya, hitung jejari bulatan selepas 4 saat  
*Hence, calculate the radius of the circle after 4 seconds*

[4 markah]  
 [4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah kadar perubahan

**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi

13. Lengkung  $y = ax + \frac{b}{x^2}$  mempunyai fungsi kecerunan  $2 + \frac{16}{x^3}$ , dengan keadaan  $b$  ialah suatu pemalar.

*The curve  $y = 2x + \frac{b}{x^2}$  has a gradient function of  $2 + \frac{16}{x^3}$ , where  $b$  is a constant.*

- (a) Cari nilai  $b$ .  
*Find the value of  $b$ .*
- (b) Cari titik pusingan lengkung itu. Seterusnya, tentukan sama ada titik pusingan itu ialah titik minimum atau titik maksimum.  
*Find the turning point of the curve. Hence, determine whether the turning point is a minimum or a maximum point.*

[6 markah]  
 [6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

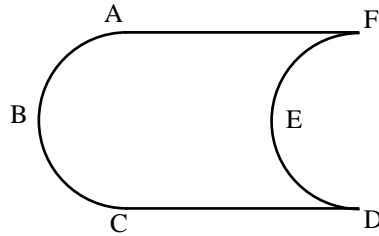
**KONSTRUK :**  
 Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai minimum & maksimum

**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi



14. Rajah 14 menunjukkan sebuah rantau tertutup yang dibina daripada seutas dawai dengan panjang 120 cm.  
 Diagram 14 shows an enclosed area that is built by a wire of the length 120 cm.



Rajah 14  
 Diagram 14

- ( a ) Diberi  $AF = CD$  dan ABC dan DEF adalah dua semibulatan dengan jejari  $j$  cm.  
 Given that  $AF = CD$  and ABC and DEF are two semicircles with radius  $j$  cm.

Tunjukkan bahawa luas rantau tertutup,  $L$  ialah  $L = (120j - 2\pi j^2)$  cm<sup>2</sup>.  
 Show that the enclosed area,  $L$  is  $L = (120j - 2\pi j^2)$  cm<sup>2</sup>.

- ( b ) Cari nilai  $j$  supaya luas rantau tertutup  $L$  ialah maksimum. Cari nilai  $L$  tersebut dalam  $\pi$ .  
 Find the value of  $j$  so that the enclosed area  $L$  is maximum. Hence find the value of  $L$  in  $\pi$ .

[7 markah]  
 [7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai minimum & maksimum

**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi

15. Diberi bahawa persamaan bagi suatu lengkung ialah  $y = \frac{3}{x^3}$ .  
*Given that the equation a curve is  $y = \frac{3}{x^3}$ .*

(a) Cari nilai  $\frac{dy}{dx}$  apabila  $x = 3$ .

*Find the value of  $\frac{dy}{dx}$  when  $x = 3$ .*

(b) Seterusnya, anggarkan nilai bagi  $\frac{3}{(2.98)^3}$ .

*Then, estimate the value of  $\frac{3}{(2.98)^3}$ .*

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menyelesaikan masalah tokokan kecil

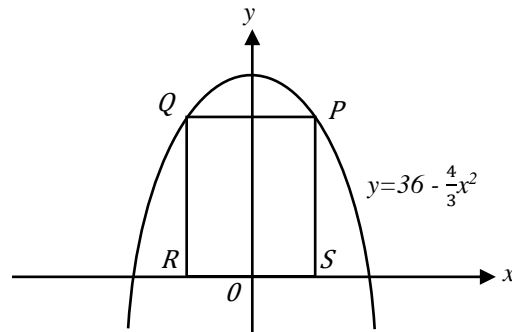
**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

16. Rajah 16 di bawah menunjukkan sebahagian daripada lengkung  $y = 36 - \frac{4}{3}x^2$ .  
 Diagram 16 below shows part of the curve  $y = 36 - \frac{4}{3}x^2$ .



Rajah 16  
 Diagram 16

- (a) Titik  $P$  dan  $Q$  terletak pada lengkung itu manakala titik  $R$  dan  $S$  terletak pada paksi- $x$ .  $PQRS$  ialah sebuah segi empat tepat. Diberi bahawa panjang  $OS$  ialah  $k$  unit.  
*The points  $P$  and  $Q$  lie on this curve. The points  $R$  and  $S$  lie on  $x$ -axis.  $PQRS$  is a rectangle. It is given that the length of  $OS$  is  $k$  units.*

Tunjukkan bahawa luas bagi  $PQRS$ ,  $A$  unit<sup>2</sup>, diberi oleh:  
*Show that the area of  $PQRS$ ,  $A$  units<sup>2</sup>, is given by:*

$$A = \frac{216k - 8k^3}{3}$$

- (b) Cari nilai bagi  $k$  supaya  $A$  ialah maksimum. Seterusnya, tentukan nilai maksimum bagi  $A$ .  
*Find the value of  $k$  such that  $A$  is maximum. Hence, determine the maximum value of  $A$ .*

[10 markah]  
 [10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai minimum & maksimum

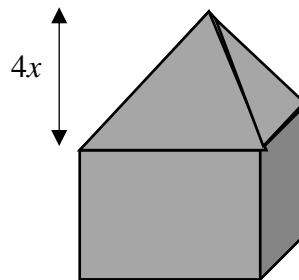
**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi

17.(a) Ungkapkan  $\frac{d}{dx}[2x^2(2x-2)^2]$  dalam bentuk  $px(2x-q)(rx-2)$ .  
 Express  $\frac{d}{dx}[2x^2(2x-2)^2]$  in the form of  $px(2x-q)(rx-2)$ .

(b) Rajah 17 menunjukkan sebuah pepejal yang terbina daripada kuboid bertapak segi empat sama bersisi  $6x$  cm, ditutupi atasnya dengan pyramid setinggi  $4x$  cm. Isipadu kuboid ialah  $5832 \text{ cm}^3$ .

Diagram 17 shows a solid made of a cuboid with a square base of  $6x$  cm sides, surmounted by a pyramid of height  $4x$  cm. The volume of the cuboid is  $5832 \text{ cm}^3$ .



Rajah 17  
 Diagram 17

- (i) Tunjukkan bahawa jumlah luas permukaan pepejal,  $A \text{ cm}^2$ , ialah  $A = 96x^2 + \frac{3888}{x^2}$ .  
 Show that the total surface area of the solid,  $A \text{ cm}^2$ , is  $A = 96x^2 + \frac{3888}{x^2}$ .
- (ii) Jika nilai  $x$  bertambah pada kadar  $0.06 \text{ cm s}^{-1}$ , cari kadar perubahan bagi jumlah luas permukaan pepejal itu ketika  $x = 3$ .  
 If the value of  $x$  is increasing at the rate of  $0.06 \text{ cm s}^{-1}$ , find the rate of change of the total surface area of the solid at the instant  $x = 3$ .

[10 markah]  
 [10 marks]

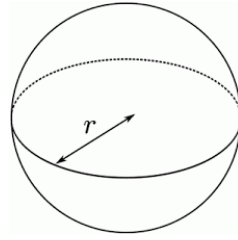
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah kadar perubahan

**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi

18. Rajah 18 di bawah menunjukkan sebuah sfera berjejari,  $r$ .  
*Diagram 18 below shows a sphere with radius,  $r$ .*



Rajah 18  
 Diagram 18

- (a) Isi padu sfera tersebut menyusut dengan kadar  $3.5\pi \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ . Cari kadar perubahan jejari sfera itu apabila jejari ialah 5 cm.  
*The volume of the sphere decreases at a rate of  $3.5\pi \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ . Find the rate change of the radius of the sphere when the radius is 5 cm.*
- (b) Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $y = 5 - \frac{8}{x}$ . Cari perubahan kecil dalam  $x$  yang sepadan, dalam sebutan  $q$ , apabila  $y$  menokok daripada 3 kepada  $3 + q$ .  
*The variables  $x$  and  $y$  are related by the equation  $y = 5 - \frac{8}{x}$ . Find the small corresponding change in  $x$ , in terms of  $q$ , when  $y$  increases from 3 to  $3 + q$ .*

[10 markah]  
 [10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

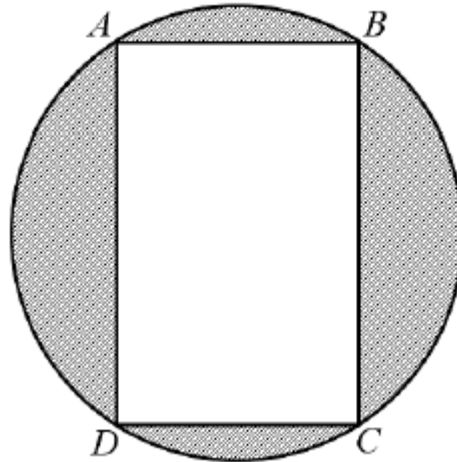
**KONSTRUK :**  
 Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah kadar perubahan & tokokan kecil

**KONTEKS :**  
 Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi

19. *Rajah 19 menunjukkan sebuah segi empat tepat yang terterap di dalam sebuah bulatan. Diberi  $AB = x$  cm dan  $BC = 8$  cm .*

*Diagram 19 shows a rectangle inscribed in a circle.  
Given  $AB = x$  cm and  $BC = 8$  cm .*



Rajah 19  
Diagram 19

- (a) Tunjukkan bahawa luas rantau berlorek,  $L$  cm<sup>2</sup>, diberi oleh  
*Show that the area of the shaded region  $L$  cm<sup>2</sup>, is given by*

$$L = \frac{\pi x^2}{4} - 8x + 16\pi$$

- (b) Cari nilai  $x$  yang menjadikan luas kawasan berlorek adalah minimum.  
*Find the value of  $x$  that makes the area of the shaded region minimum.*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai minimum & maksimum

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

20. Diberi  $y = 5x^2 - 4x + 3$ . Jika  $x$  meningkat sebanyak 3% apabila  $x = 2$ , cari peratus perubahan terhadap  $y$ .  
*Given that  $y = 5x^2 - 4x + 3$ . If  $x$  increases 3% when  $x = 2$ , find the percentage of corresponding increase in  $y$ .*

[4 markah]

[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

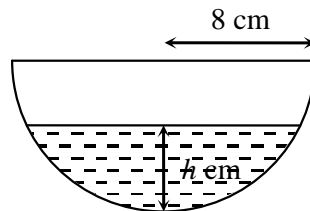
**KONSTRUK :**  
Menyelesaikan masalah tokokan kecil

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

21. Rajah 21 menunjukkan keratan rentas sebuah mangkuk yang berbentuk hemisfera berjejari 8 cm. Air dituang ke dalam mangkuk itu dengan keadaan tinggi,  $h$  cm, air itu bertambah dengan kadar  $0.2 \text{ ms}^{-1}$

*Diagram 21 shows the cross section of a bowl which is a hemisphere with radius 8 cm. The water was poured into the bowl with  $h$  cm, and the water increased with rate  $0.2 \text{ cms}^{-1}$*



Rajah 21  
Diagram 21

- (a) Tunjukkan bahawa luas permukaan air,  $L \text{ cm}^2$ , dalam mangkuk itu diberi oleh  
*Show that the area of the surface of the water  $L \text{ cm}^2$  is given by*

$$L = \pi (16h - h^2)$$

- (b) Cari kadar pertambahan luas permukaan air itu ketika  $h$  ialah 6 cm.  
*Find the rate of change of the surface area of the water when  $h$  is 6 cm.*
- (c) Cari perubahan kecil bagi luas permukaan air apabila tingginya berubah dari 2 cm kepada 2.01 cm.  
*Find the small changes in the surface area of the water when the height changes from 2 cm to 2.01 cm.*

[7 markah]

[7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah kadar perubahan & tokokan kecil

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi



23. Seorang pekebun menanam pokok tomato di sebidang tanah. Dengan 80 batang pokok tomato ditanam, setiap pokok itu akan menghasilkan 40 biji tomato. Apabila bilangan pokok tomato bertambah, buah yang dihasilkan oleh setiap pokok berkurang 2 biji bagi tambahan setiap pokok tomato. Cari bilangan pokok tomato yang harus ditanam untuk menghasilkan bilangan tomato yang maksimum.

*A farmer plants tomato on a plot of land. With 80 tomato plants, each plant produces 40 fruits. When the number of tomato plants is increased, the number of fruits produced by a plant drops by 2 for every additional tomato plant. Find the number of tomato plants that yields the maximum number of fruits.*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai minimum & maksimum

**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

24. Lengkung  $y = ax^4 + bx^3 + 5$  dengan keadaan  $a$  dan  $b$  adalah pemalar mempunyai titik minimum pada  $(-1,4)$  dan  $(2,85)$  adalah titik pada lengkung. Cari

*The curve  $y = ax^4 + bx^3 + 5$ , where  $a$  and  $b$  are constants, has a minimum point at  $(-1,4)$  and  $(2,85)$  is point on the curve. Find nilai  $a$  dan  $b$*

- (a) nilai  $a$  dan nilai  $b$   
*the value of  $a$  and  $b$*
- (b) Koordinat titik pegun yang satu lagi pada lengkung dan tentukan jenis titik pegun tersebut.  
*the coordinate of the other stationary point on the curve and determine the type of this stationary point.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai minimum & maksimum

**KONTEKS :**

Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

25. Diberi persamaan suatu lengkung ialah :

*Given the equation of a curve is :*

$$y = x^2(3 - x) + \frac{1}{2}$$

- (a) Cari fungsi kecerunan bagi lengkung itu.  
*Find the gradient function of the curve,*
- (b) Cari koordinat titik-titik pusingan.  
*Find the coordinates of the turning points.*
- (c) Seterusnya, tentukan samada setiap titik pusingan itu adalah maksimum atau minimum.  
*Hence, determine whether each of the turning points is a maximum or a minimum.*

[8 markah]

[8 marks ]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan konsep pembezaan untuk menyelesaikan masalah nilai minimum & maksimum

**KONTEKS :**  
Pembezaan

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

**BAB**  
**3**

**PENGAMIRAN**  
**INTEGRATION**

1. Diberi  $\int (3x^2 + 2)dx = tx^3 + 2x + c$  dengan keadaan  $t$  dan  $c$  ialah pemalar.  
Given  $\int (3x^2 + 2)dx = tx^3 + 2x + c$ , where  $t$  and  $c$  are constants.

Cari  
Find

- (a) nilai  $t$ ,  
the value of  $t$ ,
- (b) nilai  $c$ , jika  $\int (3x^2 + 2)dx = 10$  apabila  $x = 1$ .  
the value of  $c$ , if  $\int (3x^2 + 2)dx = 10$  when  $x = 1$ .

[4 markah]  
[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Mengkamir suatu fungsi

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

2. (a) Diberi  $\int_k^5 g(y) dy = \frac{3}{4}$ , cari nilai  $k$  dengan keadaan  $\int_k^5 [3 - g(y)] dy = 9$ .  
Given that  $\int_k^5 g(y) dy = \frac{3}{4}$ , find the value of  $k$  such that  $\int_k^5 [3 - g(y)] dy = 9$ .

- (b) Diberi  $\int_1^3 (kx - 6) dx = 8$ , cari nilai  $k$ .  
Given that  $\int_1^3 (kx - 6) dx = 8$ , find the value of  $k$ .

[7 markah ]  
[ 7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Mengkamir kamiran tentu

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

3. (a) Diberi bahawa  $y = \frac{2x-1}{x^2}$  and  $\frac{dy}{dx} = 2g(x)$  dengan keadaan  $g(x)$  ialah fungsi dalam sebutan  $x$ . Cari nilai bagi  $\int_1^2 g(x) dx$ .

*It is given that  $y = \frac{2x-1}{x^2}$  and  $\frac{dy}{dx} = 2g(x)$ , where  $g(x)$  is a function in terms of  $x$ .  
Find the value of  $\int_1^2 g(x) dx$ .*

- (b) Diberi bahawa  $\int_1^2 f(x)dx = 7$ , cari nilai  $k$  jika  $\int_1^2 [2f(x) - kx] dx = 6\frac{1}{2}$ .

*Given that  $\int_1^2 f(x)dx = 7$ , find the value of  $k$  if  $\int_1^2 [2f(x) - kx] dx = 6\frac{1}{2}$ .*

[6 markah]  
[ 6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Mengkamir kamiran tentu

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

4. (a) Diberi  $\frac{d}{dx}(7x) = g(x)$ , cari  $\int g(x)dx$ .  
*Given  $\frac{d}{dx}(7x) = g(x)$ , find  $\int g(x)dx$ .*

- (b) Diberi  $\int_a^b f(x)dx = 3$  dan  $\int_b^c f(x)dx = k$ , cari  
*Given  $\int_a^b f(x)dx = 3$  and  $\int_b^c f(x)dx = k$ , find*

(i) nilai  $k$  jika  $b = c$ ,  
*the value of  $k$  if  $b = c$ ,*

(ii)  $\int_a^b f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$ , dalam sebutan  $k$ .  
 $\int_a^b f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$ , in terms of  $k$ .

[5 markah]  
[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Mengkamir kamiran tentu

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

5. (a) Cari nilai bagi  $\int_1^2 \frac{2(x-3)(x+3)}{3x^2} dx$ .

*Find the value of  $\int_1^2 \frac{2(x-3)(x+3)}{3x^2} dx$ .*

(b) Diberi bahawa  $y = \frac{2x-1}{x^2}$  dan  $\frac{dy}{dx} = 2g(x)$  dengan keadaan  $g(x)$  ialah fungsi dalam sebutan  $x$ . Cari nilai bagi  $\int_{-1}^1 g(x)dx$ .

*Given that  $y = \frac{2x-1}{x^2}$  and  $\frac{dy}{dx} = 2g(x)$  such that  $g(x)$  is a function of  $x$ . Find the value of  $\int_{-1}^1 g(x)dx$ .*

[7 markah]

[7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Mengkamir kamiran tentu

**KONTEKS :**

Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

6. (a) Dengan menggunakan definisi kamiran sebagai songsangan pembezaan, cari nilai

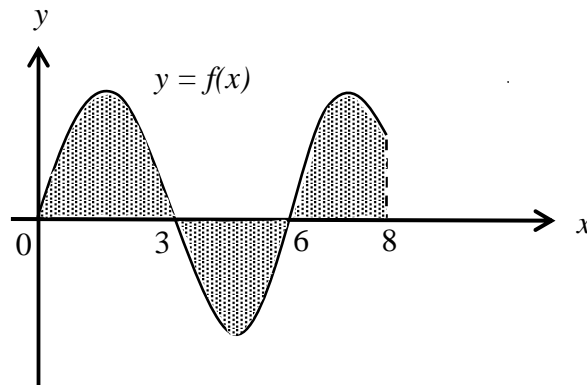
$$\int_{-3}^6 (g'(y) - 7)dy, \text{ jika } g(-3) = 6 \text{ dan } g(6) = -12.$$

*Using the definition of integral as the inverse of differentiation, find the value of*

$$\int_{-3}^6 (g'(y) - 7)dy, \text{ if } g(-3) = 6 \text{ and } g(6) = -12.$$

- (b) Berdasarkan Rajah 6 di bawah, terangkan mengapa luas kawasan berlorek yang ditunjukkan tidak sama dengan  $\int_0^8 f(x)dx$ .

Based on Diagram 6 below, explain why the shaded area is not equal to  $\int_0^8 f(x)dx$ .



Rajah 6  
Diagram 6

[5 markah]  
[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan kamiran untuk mengira luas

**KONTEKS :**  
Pengamiran

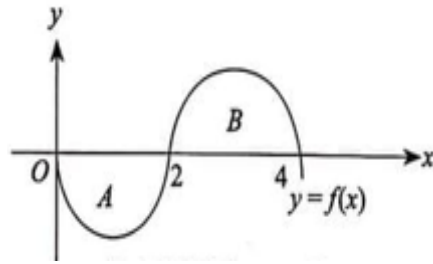
**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

- 7.(a) Diberi  $\frac{dp}{dt} = 10t - 7$  dan  $p = 8$  apabila  $t = 3$ . Ungkapkan  $p$  dalam sebutan  $t$ .

Given  $\frac{dp}{dt} = 10t - 7$  and  $p = 8$  when  $t = 3$ . Express  $p$  in terms of  $t$ .

- (b) Rajah 7 menunjukkan lengkung  $y = f(x)$ . Diberi luas A ialah 3 unit<sup>2</sup> dan luas B ialah 5 unit<sup>2</sup>, cari nilai bagi

Diagram 7 shows a curve of a function  $y = f(x)$ . Given that the area of A is 3 units<sup>2</sup> and area of B is 5 units<sup>2</sup>, find the value of



Rajah 7  
Diagram 7

- (i)  $\int_2^0 f(x) dx$
- (ii)  $\int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 7f(x) dx$
- (iii) nilai  $k$  jika  $\int_0^2 [f(x) - kx] dx = 25$   
the value of  $k$  if  $\int_0^2 [f(x) - kx] dx = 25$

[10 markah]  
[10 marks]

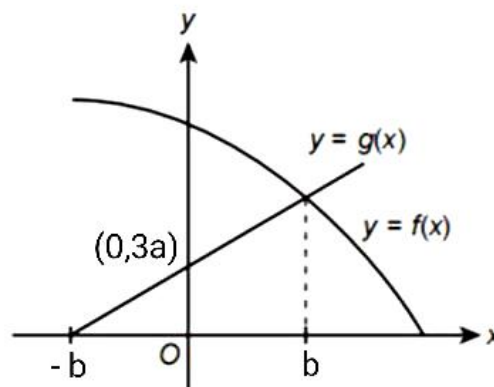
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Mengaitkan kamiran tentu dengan luas

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

8. Rajah 8 menunjukkan graf suatu lengkung  $y = f(x)$  dan garis lurus  $y = g(x)$ .  
Diagram 8 shows a graph for the curve  $y = f(x)$  and the line  $y = g(x)$ .



Rajah 8  
Diagram 8

- (a) Diberi  $\int_0^b f(x)dx - \int_0^b g(x)dx = 8$   
 Given that  $\int_0^b f(x)dx - \int_0^b g(x)dx = 8$

Pada rajah, lorekkan rantau yang diwakili oleh  $\int_0^b f(x)dx - \int_0^b g(x)dx$ .  
 On the diagram, shade the region represented by  $\int_0^b f(x)dx - \int_0^b g(x)dx$ .

- (b) Cari  $\int_0^b f(x)dx$  dalam sebutan  $a$  dan  $b$ .  
 Find  $\int_0^b f(x)dx$  in terms of  $a$  and  $b$ .

[5 markah]  
 [5 marks]

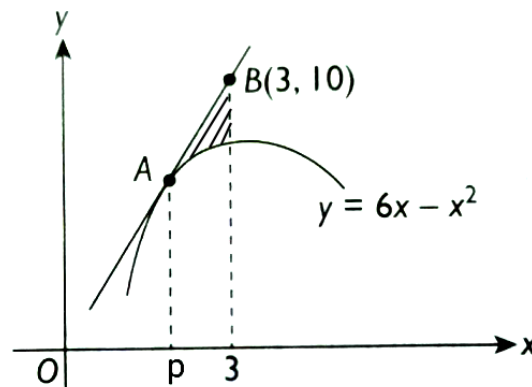
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Mengaitkan kamiran tentu dengan luas

**KONTEKS :**  
 Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

9. Rajah 9 di bawah menunjukkan lengkung  $y = 6x - x^2$  dan tangen kepada lengkung itu pada titik  $A$  melalui titik  $B$ .  
 Diagram 9 shows a curve  $y = 6x - x^2$  and the tangent to the curve at point  $A$  passes point  $B$ .



Rajah 9  
 Diagram 9



(a) Tunjukkan bahawa  $p = 2$ .

*Show that  $p = 2$ .*

(b) Hitung luas rantau berlorek.

*Calculate the area of the shaded region.*

[8 markah]

[8 marks]

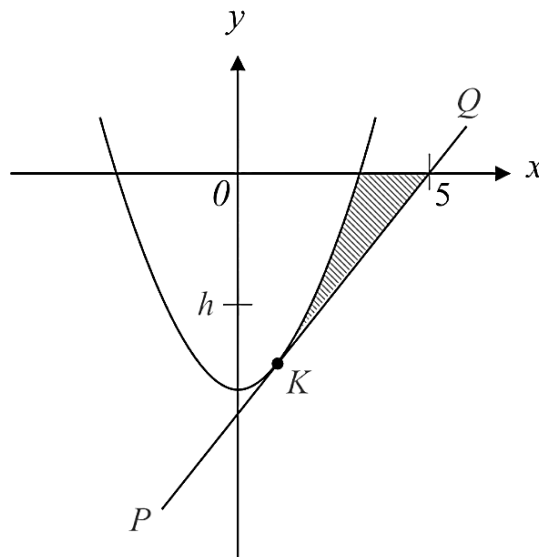
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan kamiran untuk mengira luas

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

10. Rajah 10 menunjukkan lengkung  $y = x^2 - 9$  dan garis lurus  $PQ$  yang merupakan tangen kepada lengkung itu pada titik  $K$ .  
*Diagram 10 shows the curve  $y = x^2 - 9$  and the straight line  $PQ$  which is tangent to the curve at the point  $K$ .*



Rajah 10  
Diagram 10

- (a) Diberi bahawa kecerunan garis lurus  $PQ$  ialah 2.  
*Given that the gradient of the straight line  $PQ$  is 2.*  
Cari koordinat titik  $K$   
*Find the coordinate of the point  $K$*
- (b) Hitung luas rantau berlorek.  
*Calculate the area of the shaded region*

- (c) Apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung, paksi- $x$  dan garis lurus  $y = h$  diputarakan melalui  $180^\circ$  pada paksi- $y$ , isi padu kisanan ialah  $40\pi \text{ unit}^3$ . Cari nilai  $h$ .  
 When the region bounded by the curve, the  $x$ -axis and the straight line  $y = h$  through  $180^\circ$  on the  $y$ -axis, the volume of the range is  $40\pi \text{ unit}^3$ . Find the value of  $h$ .

[10 markah]  
 [10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan kamiran untuk mengira luas dan isipadu janaan

**KONTEKS :**  
 Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

11. Kecerunan suatu lengkung pada sebarang titik  $(x, y)$  diberi oleh  $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + k$ , dengan keadaan  $k$  ialah pemalar. Jika tangen bagi lengkung itu pada titik  $(3, -5)$  adalah selari dengan  $9x - y + 4 = 0$ , cari

The gradient of a curve at any point  $(x, y)$  is given by  $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + k$ , where  $k$  is a constant. If the tangent of the curve at the point  $(3, -5)$  is parallel to the line  $9x - y + 4 = 0$ , find

- (a) nilai  $k$ .  
 the value of  $k$ .
- (b) persamaan bagi lengkung itu.  
 the equation of the curve.

[5 markah ]  
 [ 5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan kamiran untuk mencari persamaan lengkung

**KONTEKS :**  
 Pengamiran

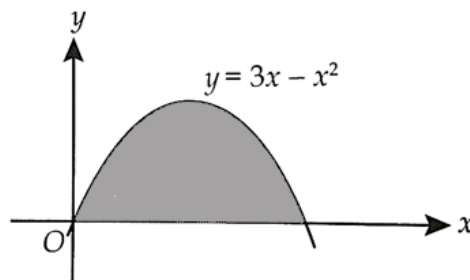
**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

12. (a) Diberi  $\int_2^m (4x-7) dx = 11$  , cari nilai  $m$ .

Given  $\int_2^m (4x-7) dx = 11$ , find the value of  $m$ .

(b) Rajah 12 di bawah menunjukkan suatu rantau berlorek yang dibatasi oleh lengkung  $y = 3x - x^2$  dan paksi- $x$ .

Diagram 12 below shows a shaded region bounded by the curve  $y = 3x - x^2$  and  $x$ -axis.



Rajah 12  
Diagram 12

Cari isi padu janaan, dalam sebutan  $\pi$ , apabila rantau berlorek itu diputarakan melalui  $360^\circ$  pada paksi- $x$ .

Find the volume generated, in terms of  $\pi$ , when shaded region is revolved through  $360^\circ$  about the  $x$ -axis.

[6 markah ]

[ 6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

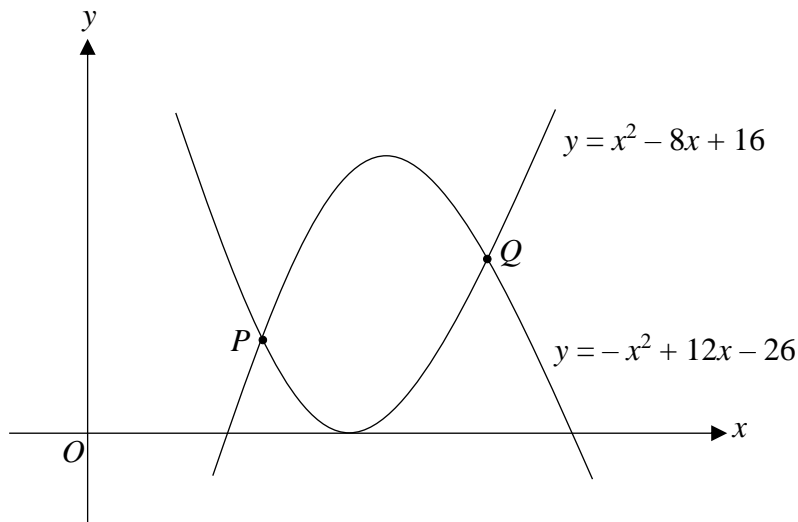
**KONSTRUK :**  
Menggunakan kamiran untuk mengira isipadu

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

13. Rajah 13 menunjukkan lengkung  $y = x^2 - 8x + 16$  menyilang lengkung  $y = -x^2 + 12x - 26$  pada titik  $P$  dan  $Q$ .

Diagram 13 shows the curve  $y = x^2 - 8x + 16$  intersects the curve  $y = -x^2 + 12x - 26$  at the points  $P$  and  $Q$ .



Rajah 13  
Diagram 13

- (a) Cari koordinat bagi titik  $P$  dan titik  $Q$ .  
*Find the coordinates of point  $P$  and point  $Q$ .*
- (b) Seterusnya, cari luas yang dibatasi oleh dua lengkung itu.  
*Hence, find the area bounded by the two curves.*

[8 markah]  
[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan kamiran untuk mengira luas

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

14. Populasi yis,  $P$ , dalam suatu kultur meningkat pada kadar,  $\frac{dP}{dt} = t^2 + 6t + h$  dengan  $h$  ialah pemalar dan  $t$  ialah masa dalam minit. Pada awalnya,  $P = 10$  dan tiga minit kemudian,  $P = 613$ .

*The yeast population,  $P$ , in a culture increases at a rate,  $\frac{dP}{dt} = t^2 + 6t + h$  where  $h$  is a constant and  $t$  is the time in minutes. Initially,  $P = 10$  and three minutes later,  $P = 613$ .*

- (a) Tunjukkan bahawa  $h = 189$ .  
*Show that  $h = 189$ .*

- (b) Hitung populasi,  $P$ , bagi yis itu apabila  $t = 6$ .  
*Calculate the population,  $P$ , for the yeast when  $t = 6$ .*

[6 markah]  
 [6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan kamiran untuk mencari persamaan lengkung

**KONTEKS :**  
 Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

15. Diberi  $\int_4^{10} f(x) dx = 7$ , cari

*Given that  $\int_4^{10} f(x) dx = 7$ , find*

(a)  $\int_4^5 f(x) dx + \int_5^7 f(x) dx + \int_7^{10} f(x) dx$ ,

(b) nilai  $h$  jika  $\int_{10}^4 [10 f(x) - h(x)] dx = 182$

*the value of  $h$  if  $\int_{10}^4 [10 f(x) - h(x)] dx = 182$*

[5 markah]  
 [5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

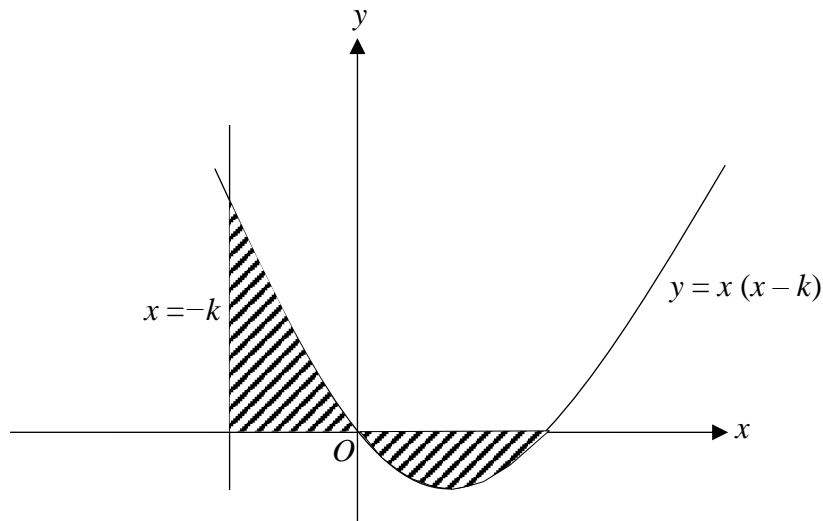
**KONSTRUK :**  
 Menggunakan hukum kamiran

**KONTEKS :**  
 Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
 Rendah

16. Rajah 16 menunjukkan sebahagian daripada lengkung  $y = x(x - k)$  dan garis lurus  $x = -k$ , dengan keadaan  $k$  ialah pemalar. Luas bagi kawasan berllorek ialah  $8 \text{ unit}^2$ .

*Diagram 16 shows part of the curve  $y = x(x - k)$  and the straight line  $x = -k$ , where  $k$  is a constant. The area of the shaded region is  $8 \text{ unit}^2$ .*



Rajah 16  
Diagram 16

- (a) Tunjukkan bahawa  $k = 2$ .  
*Show that  $k = 2$ .*
- (b) Seterusnya, cari isi padu yang dijanakan, dalam sebutan  $\pi$ , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung itu dengan paksi- $x$ , dikisarkan  $360^\circ$  melalui pada paksi- $x$ .

*Hence, find the volume generated, in the terms of  $\pi$ , when the region bounded by the curve and the  $x$ -axis, is revolved  $360^\circ$  about the  $x$ -axis.*

[6 markah ]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

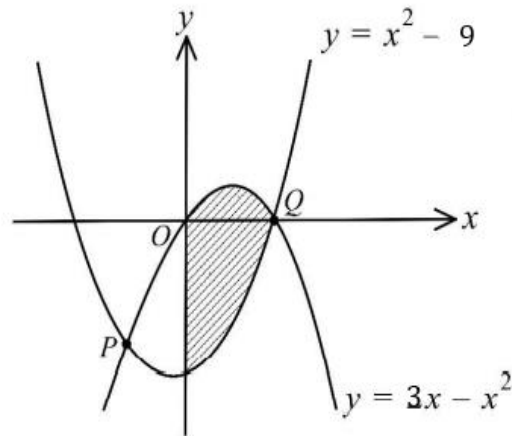
**KONSTRUK :**  
Menggunakan kamiran untuk mengira luas dan isipadu janaan

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

17. Rajah 17 menunjukkan suatu lengkung  $y = x^2 - 9$  yang menyilang satu lagi lengkung  $y = 3x - x^2$  pada titik  $P$  dan  $Q$ .

*Diagram 17 shows the curve  $y = x^2 - 9$  which intersects another curve  $y = 3x - x^2$  at point  $P$  and  $Q$ .*



Rajah 17  
Diagram 17

Cari

*Find*

- (a) koordinat titik  $Q$ .  
*coordinate of  $Q$ .*
- (b) luas rantau yang berlorek.  
*the area of shaded region.*
- (c) isipadu janaan dalam sebutan  $\pi$ , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung  $y = x^2 - 9$ , paksi- $x$  dan paksi- $y$  diputarkan  $360^\circ$  pada paksi- $y$ .  
*the volume of revolution, in terms of  $\pi$ , when the region bounded by the curve  $y = x^2 - 9$ ,  $x$ -axis and  $y$ -axis is rotated through  $360^\circ$  about the  $y$ -axis.*

[10 markah ]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menggunakan kamiran untuk mengira luas dan isipadu janaan

**KONTEKS :**

Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

18. Diberi bahawa  $y = \frac{2x}{x^2+1}$ , cari  $\frac{dy}{dx}$ . Seterusnya, kirakan nilai bagi

$$\int_0^2 \frac{x^2-1}{3(x^2+1)} dx.$$

Given that  $y = \frac{2x}{x^2+1}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ . Hence, evaluate

$$\int_0^2 \frac{x^2-1}{3(x^2+1)} dx.$$

[6 markah ]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Memahami konsep pengamiran adalah songsangan kepada pembezaan

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

19. Sejenis cecair dituang ke dalam sebuah bekas kosong pada kadar  $(5t+2)\text{cm}^3\text{s}^{-1}$ , dengan keadaan  $t$  ialah masa dalam saat, apabila bekas itu mula diisi dengan cecair tersebut. Cari isi padu cecair tersebut di dalam bekas itu apabila  $t = 9$  saat.

*Certain liquid is poured into an empty container at a rate of  $(5t+2)\text{cm}^3\text{s}^{-1}$ , where  $t$  is the time, in seconds, when the container is started to fill with the liquid. Find the volume of the liquid in the container at the instant when  $t = 9$  seconds,*

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan pengamiran untuk membentuk persamaan

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi



20. Fungsi keuntungan harian daripada jualan tiket bas bagi sebuah syarikat  $K$  diberi oleh  $A=100t^2+50t^3$ , dengan keadaan  $A$  ialah keuntungan yang diperoleh, dalam RM, dan  $t$  ialah masa, dalam hari.

*The profit function from the sale of bus tickets of company  $K$  is given by  $A=100t^2+50t^3$ , where  $A$  is the profit obtained, in RM, and  $t$  is the time, in days.*

- (a) Kira kadar keuntungan jualan tiket bas yang diperoleh syarikat itu selepas 5 hari.  
*Find the rate of profit obtained by the bus company after 5 days.*

- (b) Diberi kadar keuntungan jualan tiket bas bagi sebuah syarikat  $H$  ialah  $\frac{dA}{dt} = 30t^2 + 40t$ , syarikat manakah yang memperoleh keuntungan paling tinggi pada hari ke-10?

*Given that the rate of profit obtained from another bus company  $H$  is given by  $\frac{dA}{dt} = 30t^2 + 40t$ , which company gets more profit on the 10<sup>th</sup> day?*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

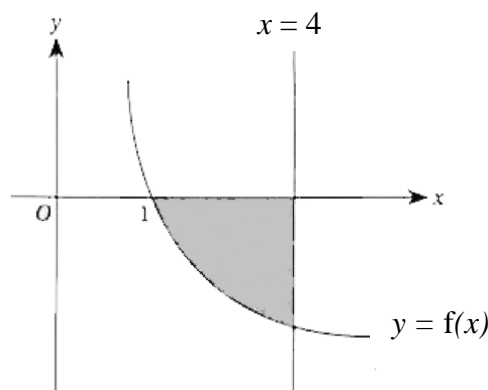
**KONSTRUK :**  
Menggunakan pengamiran untuk membentuk persamaan

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

21. Rajah 21 menunjukkan rantau berlengkung yang dibatasi oleh lengkung  $y = f(x)$ , paksi- $x$  dan garis lurus  $x = 4$ .

*Diagram 21 shows the shaded region bounded by the curve  $y = f(x)$ , the  $x$ -axis and the straight line  $x = 4$ .*



Rajah 21  
Diagram21

Diberi bahawa luas rantau berlorek ialah 10 unit<sup>2</sup>.  
*It is given that the area of the shaded region is 10 units<sup>2</sup>.*

(a) Cari  
*Find*

(i)  $\int_1^4 f(x) \, dx$ ,

(ii)  $\int_1^4 [x - 4f(x)] \, dx$ ,

(iii)  $\int_4^1 [x+3f(x)] \, dx$ .

(b) Diberi  $f'(x) = x - 4$ , cari  $f(x)$  dalam sebutan  $x$ .  
*Given  $f'(x) = x - 4$ , find  $f(x)$  in terms of  $x$ .*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Kalkulus

**KONSTRUK :**  
 Mengaitkan kamiran tentu dengan luas di bawah lengkungan

**KONTEKS :**  
 Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

22. (a) Diberi  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x^2}{5x-6} \right) = \frac{4}{3} f(x)$ , cari nilai bagi  $a$  jika  $\int_0^1 [3a - f(x)] \, dx = 9a$ .

*Given  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x^2}{5x-6} \right) = \frac{4}{3} f(x)$ , determine the value of  $a$  if  $\int_0^1 [3a - f(x)] \, dx = 9a$ .*

(b) Diberi bahawa kecerunan normal bagi suatu lengkung ialah  $\frac{1}{5x-7}$ . Jika lengkung tersebut melalui titik (4,4), cari persamaan lengkung tersebut.

*It is given that the gradient of normal to a curve at one point is  $\frac{1}{5x-7}$ . If the curve passes through point (4,4), find the equation of the curve.*

- (c) Ahmad memandu kereta pada jalan yang tegak. Diberi kadar perubahan fungsi anjakan bagi kereta tersebut ialah  $\frac{ds}{dt} = 12t - 4$  dan  $s = 39.5$  m apabila  $t = 2.5$  s. Cari anjakan, dalam m, apabila  $t = 6$  s.

*Ahmad drives a car on a straight road. It is given that the rate of change of the displacement function of the car is  $\frac{ds}{dt} = 12t - 4$  and  $s = 39.5$  m when  $t = 2.5$  s. Find the displacement, in m, when  $t = 6$  s.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menggunakan pengamiran untuk membentuk persamaan

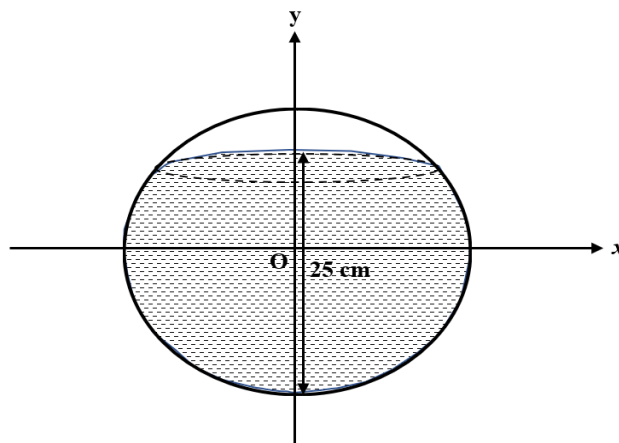
**KONTEKS :**

Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

23.



Rajah 23  
Diagram23

- (a) Rajah 23 di atas menunjukkan sebuah akuarium berbentuk sfera yang mengikut satu persamaan  $x^2 + y^2 = 225$ . Akuarium itu diisi dengan air sehingga paras 10 cm di atas asalan O. Hitung isipadu air dalam  $\text{cm}^3$ , akuarium tersebut.

*Diagram 23 above shows a spherical shaped aquarium which follows an equation  $x^2 + y^2 = 225$ . The aquarium is filled with water until the level reaches 10 cm above the origin O. calculate the volume of the water in  $\text{cm}^3$  of the aquarium.*

(b) Diberi  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 10$ , cari

Given  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 10$ , find

(i)  $\int_2^0 f(x)dx + \int_0^{-1} f(x)dx$ ,

(ii)  $\int_{-1}^2 [f(x) - 2]dx$

[8 markah]  
[ 8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Kalkulus

**KONSTRUK :**  
Menggunakan pengamiran untuk membentuk persamaan

**KONTEKS :**  
Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

24. Encik Razak bercadang untuk membina sebuah kolam renang di kediamannya. Diberi bahawa kedalaman kolam renang tersebut ialah 1.2 m dan sekata pada seluruh kolam.

*Mr Razak plans to build a swimming pool at his residence. The swimming pool has a uniform depth of 1.2 m.*

(a) Diberi kadar pengisian air ke dalam kolam renang itu ialah  $\frac{dV}{dt} = 3t^2 + 14t$ , dengan keadaan  $V$  ialah isi padu air, dalam  $m^3$ , dan  $t$  ialah masa, dalam jam. Encik Razak mengambil masa 5 jam untuk mengisi air ke dalam kolam renang itu. Cari isi padu, dalam  $m^3$ , air di dalam kolam renang itu.

*The rate of flow of water to fill up the pool is given by  $\frac{dV}{dt} = 3t^2 + 14t$ , where  $V$  is the volume of water, in  $m^3$ , and  $t$  is the time, in hours. Mr Razak takes 5 hours to fill the water in the pool. Find the volume of the water inside the pool, in  $m^3$ .*

- (b) Encik Razak ingin mengecat dasar kolam renang itu dengan cat berwarna biru. Kos untuk mengecat ialah RM5 per  $m^2$ . Jika Encik Razak memperuntukkan RM1 000 untuk kos mengecat, adakah beliau dapat mengecat keseluruhan dasar kolam renang itu? Berikan sebab.

*Mr Razak wants to paint the base of the pool with blue paint. The cost of painting is RM5 per  $m^2$ . If Mr Razak allocates RM1 000 for the cost of painting, can he paint the entire base of the pool? Give your reason.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menggunakan pengamiran untuk membentuk persamaan

**KONTEKS :**

Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

25. Kos pengeluaran untuk menghasilkan suatu produk seunit adalah  $K'(x) = 4x + 2$  dengan keadaan  $K$  adalah kos pengeluaran tersebut (RM) dan  $x$  adalah bilangan unit produk tersebut.

*The production cost to produce a product per unit is  $K'(x) = 4x + 2$  where  $K$  is the cost (RM) and  $x$  is the number of units of the product.*

- (a) Cari jumlah kos pengeluaran bagi menghasilkan tambahan 6 unit produk tersebut tanpa melibatkan 2 unit produk pertama yang telah dihasilkan.

*Find the total production cost of producing 6 additional units without involving the first 2 units that has been produced.*

- (b) Tentukan bilangan minimum unit yang perlu dihasilkan apabila kos pengeluaran melebihi RM 220.

*Determine the minimum number of units need to be produced when the production cost exceeds RM 220.*

[7 markah]

[7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Kalkulus

**KONSTRUK :**

Menggunakan pengamiran untuk membentuk persamaan

**KONTEKS :**

Pengamiran

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

# BAB 4

## PILIH ATUR DAN GABUNGAN PERMUTATION AND COMBINATION

1. Tunjukkan  ${}^a C_b = \frac{{}^a P_b}{b!}$

Show that  ${}^a C_b = \frac{{}^a P_b}{b!}$

2. Diberi  ${}^n P_r = {}^{n-2} P_r$ , ungkapkan  $n$  dalam sebutan  $r$ .

Given that  ${}^n P_r = {}^{n-2} P_r$ , express  $n$  in terms of  $r$ .

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**

Menghubungkan pilih atur & gabungan

**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

3. Kod 6 digit dibentuk dengan menggunakan digit 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7 dan 8 tanpa ulangan. Kod tidak boleh bermula dengan 0. Berapa kod ini  
*6-digit codes are to be formed using the digits 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7 and 8 without repetition. How many of these codes*

- (a) adalah nombor ganjil  
*are odd numbers*
- (b) adalah melebihi 600 000 dan berakhir dengan 8  
*are more than 600 000 and end with 8*
- (c) adalah gandaan 5 dan tidak melebihi 600 000.  
*are multiple of 5 and not more than 600 000.*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**

Menentukan bilangan pilih atur  $n$  objek yang berbeza diambil  $r$  objek

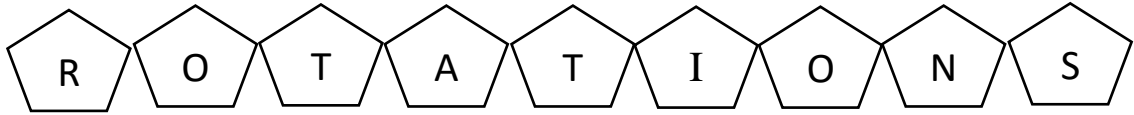
**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

4. Rajah 3 menunjukkan satu perkataan sembilan huruf  
*Diagram 3 shows a nine-letter word*



Rajah 3  
*Diagram 3*

- (a) Cari bilangan cara untuk menyusun semua huruf itu dalam sebaris jika  
*Find the number of ways to arrange all the letters in a row if*
- (i) tiada syarat dikenakan  
*there is no restriction*
  - (ii) bermula dengan huruf R dan berakhir dengan huruf O  
*start with letter R and end with letter O*
  - (iii) semua konsonan mesti bersebelahan di tengah-tengah barisan  
*all the consonants must be next to each other at the middle of the row.*
- (b) Cari bilangan cara susunan 4 huruf dalam sebaris jika O mesti dipilih.  
*Find the number of arrangements for 4 letters in a row at a time if O must be chosen.*

[8 markah]  
 [8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Statistik

**KONSTRUK :**  
 Menentukan bilangan pilih atur  $n$  objek  
 (objek secaman)

**KONTEKS :**  
 Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

5. Empat oksimeter dipilih secara rawak dari tiga oksimeter jenama A, lima oksimeter jenama B dan enam oksimeter jenama Y. Cari bilangan cara semua oksimeter yang dipilih  
*Four oximeters are randomly selected from three brand A oximeters, five brand B oximeters and 6 brand Y oximeters. Find the number of ways that all the oximeters selected are*
- (a) adalah dari jenama yang sama  
*of the same brand*
  - (b) bukan dari jenama yang sama  
*not of the same brand*
  - (c) dari brand B dan brand Y  
*of brand B and brand Y*
  - (d) dari tiga jenama yang berbeza  
*of three different brand*

[8 markah]  
[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Statistik

**KONSTRUK :**  
Menentukan bilangan gabungan  $r$  objek daripada  $n$  objek yang berbeza

**KONTEKS :**  
Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

6. Cari bilangan cara untuk membentuk satu pasukan beregu campuran badminton daripada Faizal, Fauziah, 7 kawan lelaki dan 6 kawan perempuan mereka jika  
*Find the number of ways to form a badminton team from Faizal, Fauziah, their 7 boy and 6 girl friends if*
- (a) tiada halangan dikenakan  
*there is no restriction*
  - (b) Faizal dan Fauziah tidak terpilih  
*Faizal and Fauziah are not chosen*
  - (a) Faizal terpilih tetapi Fauziah tidak terpilih  
*Faizal is chosen but Fauziah is not chosen.*

[6 markah]  
[ 6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Statistik

**KONSTRUK :**  
Menentukan bilangan gabungan  $r$  objek dipilih daripada  $n$  objek yang berbeza

**KONTEKS :**  
Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana



7. Terdapat enam bekas ais krim berperisa berlainan yang terdiri daripada avocado, coklat, strawberi, mangga, lemon dan vanila. Seorang penjual ingin menyusun ais krim itu dalam sebuah penyejuk beku.

*There are six boxes of different flavours of ice creams which are avocado, chocolate, strawberry, mango, lemon and vanilla. A seller wants to arrange the ice creams in a freezer.*

- (b) Cari bilangan susunan berlainan dalam satu baris, jika dia hanya ingin menyusun empat perisa ais krim itu.

*Find the number of different arrangements in one row, if he wants to arrange only four flavours of the ice creams.*

- (c) Jika ais krim berperisa strawberi, coklat, vanila dan lemon dipamerkan, cari bilangan campuran perisa ais krim berlainan yang boleh dipilih oleh seorang pembeli.

*If the strawberry, chocolate, vanilla and lemon flavored ice creams are displayed, find the number of different mixed flavours of ice creams can be chosen by a buyer.*

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**

Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur & gabungan

**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

8. Lima biji guli dipilih secara rawak daripada sebuah bag yang mengandungi 6 biji guli kuning dan 5 biji guli hijau. Dalam berapa carakah 5 biji guli itu boleh dipilih jika  
*Five marbles are chosen randomly from a bag which contains 6 yellow marbles and 5 green marbles. Find the number of ways 5 marbles can be chosen if*

- (a) semua guli mempunyai warna yang sama  
*all marbles with the same colour*
- (b) hanya sebiji guli hijau terpilih  
*only one green marble is chosen*
- (c) guli kuning mesti kurang daripada guli hijau  
*yellow marbles must be less than green marble*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**

Menentukan bilangan gabungan  $r$  objek dipilih daripada  $n$  objek yang berbeza (syarat tertentu)

**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

9. (a) Nyatakan yang berikut dalam bentuk faktorial:  
*Express the following in the form of factorial :*

(i)  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

(ii)  $(n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times (n-4)$

- (b) Alif mempunyai 2 buah buku Matematik Tambahan, 4 buah buku Biologi dan 2 buah buku Fizik yang berlainan. Dalam berapa carakah Alif dapat mengatur buku-bukunya atas rak supaya

*Alif has 2 Additional Mathematics books , 4 Biology books and 2 Physics books which are all different. In how many ways can Alif arrange his book on a shelf so that*

- (i) buku bagi subjek yang sama dapat diletak sekali  
*books of the same subjects to be put together*

- (ii) dua buah buku Fizik diletak di dua hujung.  
*two Physics books are to occupy both ends*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**

Menentukan bilangan pilih atur  $n$  objek yang berbeza diambil  $r$  objek dengan syarat tertentu

**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

10. Cari bilangan cara untuk menyusun 7 peserta pertandingan nyanyian di sebuah meja bulat di mana

*Find the number of ways to arrange 7 participants of a singing contest at a round table where*

- (a) sepasang kembar mesti duduk berasingan  
*a pair of twins must seated separately*
- (b) 4 peserta perempuan mesti duduk bersebelahan.  
*4 female contestants must sit next to each other.*

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**

Menentukan bilangan pilih atur  $n$  objek (susunan dalam bulatan)

**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

11. (a) Dengan berapa carakah seorang murid tadika dapat membahagikan 8 objek geometri kepada  
*In how many ways can a kindergarten child divide 8 geometrical objects into*

- (i) dua kumpulan yang sama  
*two equal groups*
- (ii) empat kumpulan yang sama  
*four equal groups*

(b) Bank RakanMu menggunakan kod keselamatan 4-digit yang terdiri daripada nombor 1 hingga 9 tanpa ulangan. Berapa kod yang berlainan dapat dibentuk jika  
*RakanMu Bank uses a 4-digit security code which is formed from numbers 1 to 9 inclusive without repetition. How many different codes can be formed if*

- (i) kod itu ialah nombor genap yang melebihi 5000  
*the code is an even number more than 5000*
- (ii) hanya dua daripada digit ialah ganjil  
*only two of the digits are odd*
- (iii) digit 1 tidak boleh diikuti dengan digit 3.  
*digit 1 cannot be followed by digit 3.*

[10 markah]  
 [10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Statistik

**KONSTRUK :**  
 Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur & gabungan

**KONTEKS :**  
 Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

12. Cari bilangan nombor ganjil yang dapat dibentuk daripada semua angka 3, 4, 5, 6 dan 8 dengan semua angka selain 3 muncul tepat 2 kali.

*Find the number of odd numbers can be formed from all the numbers 3, 4, 5, 6 and 8 with all the numbers other than 3 appearing exactly twice.*

[3 markah]  
 [3 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Statistik

**KONSTRUK :**  
 Menentukan bilangan pilih atur  $n$  objek (objek secaman)

**KONTEKS :**  
 Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

13. (a) Dinesh menyediakan hadiah harijadi untuk adiknya. Hadiahnya mengandungi 5 item yang dipilih daripada 6 item alat tulis dan 7 buku cerita. Dalam berapa carakah hadiah tersebut dapat dipilih jika

*Dinesh is preparing birthday present for his brother. His present consists of 5 items chosen from 6 stationery items and 7 story books. In how many ways can the present be chosen if*

- (i) hanya satu alat tulis dipilih.  
*only one stationery item is chosen*
- (ii) buku cerita mesti lebih dari alat tulis  
*there must be more story books than stationary items.*

- (b) Huruf-huruf dalam perkataan di bawah disusun semula. Cari bilangan susunan jika

*The letters in the word below are to be rearranged. Find number of arrangements if*

Y	A	Y	A	S	A	N
---	---	---	---	---	---	---

- (i) perkataan bermula dan berakhir dengan A  
*the word starts and ends with an A*
- (ii) semua huruf A mesti bersama  
*all the letter A are kept together*
- (iii) huruf Y mesti diasingkan.  
*letter Y must be separated.*

[10 markah]  
[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Statistik

**KONSTRUK :**  
Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur & gabungan (Syarat Tertentu)

**KONTEKS :**  
Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

14. Ah Beng, dua adik perempuan dan ibu bapanya melawat datuk dan nenek Ah Beng minggu lepas. Sebelum makan malam, mereka mengambil gambar keluarga. Tentukan bilangan susunan jika  
*Ah Beng, his two younger sisters and his parents visited Ah Beng's grandparents last week. They took some family photos before dinner. Determine the number of arrangement if*
- (a) (i) mereka berdiri sebaris dengan adik perempuan Ah Beng berdiri di depan mereka  
*they stood in a row and A Beng's younger sisters stood in front of them*
- (ii) semua lelaki berdiri di satu belah dan semua perempuan berdiri di sebelah yang lain  
*all the males stood at one side and all the females stood at the other side*
- (iii) Ibu bapa, datuk dan nenek Ah Beng duduk sebaris. Ah Beng dan adik perempuannya berdiri di belakang mereka. Tentukan bilangan susunan yang berlainan jika datuk dan nenek Ah Beng duduk bersebelahan di tengah-tengah.  
*Ah Beng's grandparents and parents were seated in a row. Ah Beng and his younger sisters stood behind them. Determine the number of different arrangement if Ah Beng's grandparents sit side by side at the middle.*
- (b) Semasa makan malam, mereka duduk mengelilingi sebuah meja bulat. Cari bilangan susunan yang berlainan jika emak Ah Beng duduk diantara dua adik perempuannya.  
*During dinner, they were seated at a round table. Find the number of different arrangement if Ah Beng's mother sits between his two younger sisters.*
- (c) Ah Beng menghadiahkan neneknya seutas gelang dengan 11 manik yang berlainan warna. Gelang itu terlalu longgar. Dalam berapa carakah gelang dengan 9 manik dapat dibuat ?  
*Ah Beng presented his grandmother a bracelet with 11 beads of different colours. The bracelet is too loose. How many ways are there to make the bracelet using 9 beads.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**

Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur (Syarat Tertentu &amp; susunan bulatan)

**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

15. Kod tiga huruf dipilih dari huruf dalam perkataan ALGEBRA. Cari bilangan kod yang berlainan yang dapat dibentuk yang mengandungi  
*Three-letter codes to be selected from the letters in the word ALGEBRA. Find the number of different codes can be formed that contain*

- (a) huruf yang berlainan  
*different letters*
- (b) tiada A  
*no A*
- (c) dua A pada dua hujung  
*two A's at both end*
- (d) G terletak di tengah-tengah  
*G situated at the middle*

[8 markah]  
[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Statistik

**KONSTRUK :**  
Menentukan bilangan pilih atur  $n$  objek yang berbeza diambil  $r$  objek dengan syarat tertentu

**KONTEKS :**  
Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

16. Cari bilangan cara nombor 4 digit yang boleh dibentuk daripada digit-digit 1, 3, 4, 5, 6, 8 dan 9 jika digit yang dibentuk mestilah nombor ganjil dengan keadaan tiada digit yang berulang.

*Find the number of ways to form 4-digit odd numbers from the digits 1, 3, 4, 5, 6, 8 and 9 without repeating any of the digits.*

[3 markah]  
[3 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Statistik

**KONSTRUK :**  
Menentukan bilangan pilih atur  $n$  objek yang berbeza diambil  $r$  objek dengan syarat tertentu

**KONTEKS :**  
Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

17. Cari bilangan cara 5 orang pekerja, *A, B, C, D* dan *E* di sebuah syarikat yang boleh disusun di sebuah meja bulat dengan syarat *A* dan *B* mesti duduk bersebelahan.

*Find the number of ways to arrange 5 employees, A, B, C, D and E from a company at around table if A and B must be seated together.*

[3 markah]  
[3 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Statistik

**KONSTRUK :**  
Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur  
(Syarat Tertentu & susunan bulatan)

**KONTEKS :**  
Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

18. Rajah 18 menunjukkan enam keping kad nombor.  
*Diagram 18 shows a nine-number card.*

3	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---

Rajah 18  
*Diagram 18*

Suatu nombor empat digit hendak dibentuk dengan menggunakan empat daripada kad-kad ini. Berapa code yang berlainan dapat dibentuk jika  
*4-digit codes are to be formed using only 4 of the cards. How many of different codes can be formed if*

- (a) kod itu ialah nombor ganjil yang lebih besar daripada 7000  
*the code is an odd number more than 7000*
- (b) kod itu ialah nombor ganjil yang kurang daripada 6600.  
*the code is an odd number more than 6600.*

[4 markah]  
[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Statistik

**KONSTRUK :**  
Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur  
(Syarat Tertentu)

**KONTEKS :**  
Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

19. Digit-digit 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 dan 8 disusun dalam satu bulatan. Cari bilangan cara menyusun jika  
*The digits 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 and 8 are arranged in a circle. Find the number of ways to arrange them if*

- (a) semua digit ganjil mesti bersama.  
*all the odd digits must be together.*
- (b) digit nombor ganjil berselang-seli dengan digit nombor genap.  
*the odd digits are alternate to the even digits.*

[4 markah]  
 [4 marks]

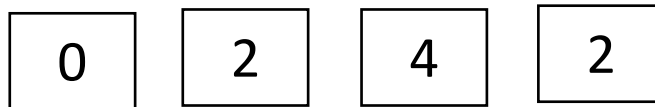
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Statistik

**KONSTRUK :**  
 Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur (Syarat Tertentu & susunan bulatan )

**KONTEKS :**  
 Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

20. Rajah 20 menunjukkan kata laluan bagi mangga Daniel.  
*Diagram 20 shows a password for Daniel's padlock.*



Rajah 20  
 Diagram 20

Daniel hendak menetapkan semula kata laluan, dengan keadaan kod baharu itu tidak boleh mengandungi digit 2 diikuti oleh digit 4. Berapa bilangan kod laluan berbeza yang dapat dibentuk?

*Daniel wants to reset the password, where the new code cannot consist of digit 2 followed by digit 4. How many different passwords can be formed?*

[3 markah]  
 [3 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Statistik

**KONSTRUK :**  
 Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur (Syarat Tertentu )

**KONTEKS :**  
 Pilih Atur dan Gabungan

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana



21. Dengan menggunakan digit-digit 0, 1, 2, 4, 6 atau 7, cari bilangan nombor yang dibentuk jika nombor itu  
*By using the digits 0, 1, 2, 4, 6 or 7, find the number of ways that can be formed if the number*
- (a) lebih daripada 3 000 tanpa mengulangi digit.  
*is more than 3 000 without repeating the digits.*
- (b) di antara 2 500 dan 7 000 tanpa mengulangi digit.  
*is between 2 500 and 7 000 without repeating the digits.*
- (c) adalah nombor dengan lima digit dan berakhir dengan nombor '0'.  
*is a five digit number and ends with a number '0'.*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONSTRUK :**Menyelesaikan masalah melibatkan pilih atur  
(Syarat Tertentu & susunan bulatan )**KONTEKS :**

Pilih Atur dan Gabungan

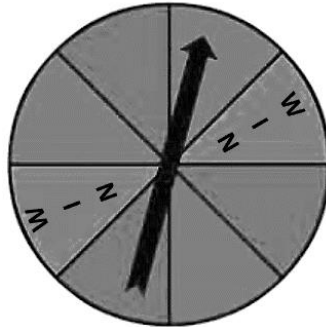
**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

# BAB 5

## TABURAN KEBARANGKALIAN *PROBABILITY DISTRIBUTIONS*

1. Dalam suatu permainan *Spin and Win*, satu pemintal bulatan dibahagikan kepada lapan sektor yang sama seperti di bawah.  
*In a Spin and Win game, a circular spinner is divided into eight equal sectors as below.*



Rajah 1  
*Diagram 1*

Jimmy berhak untuk mendapat enam putaran. Dia akan menerima hadiah setiap kali anak panah menunjukkan *WIN*.

*Jimmy entitles for six spins. He will receive a prize each time the pointer points to WIN.*

- (a) Sekiranya  $X$  mewakili bilangan *WIN* oleh Jimmy, tuliskan  $X$  dalam bentuk tatatanda set.

*If  $X$  represents the number of WINs by Jimmy, write  $X$  in a set notation.*

- (b) Cari peratusan bahawa Jimmy tidak menerima sebarang hadiah.

*Find the percentage that Jimmy did not receive any prizes.*

[4 markah]

[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Menggunakan  ${}^n C_r p^r q^{n-r}$

**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Rendah

2.  $X$  ialah suatu pemboleh ubah rawak diskret yang bertaburan binomial, iaitu  $X \sim B(10, p)$ .

$X$  is a random variable of a binomial distribution such that  $X \sim B(10, p)$ .

Diberi bahawa sisihan piawai  $X$  adalah  $\sqrt{\frac{21}{10}}$ .

It is given that the standard deviation of  $X$  is  $\sqrt{\frac{21}{10}}$ .

- (a) Cari nilai-nilai  $p$ .  
Find the values of  $p$ .
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan nilai  $p$  yang lebih besar di (a), cari  $P(X < 9)$ .

Hence, by using the larger value of  $p$  in (a), find  $P(X < 9)$ .

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Menggunakan  $\sqrt{npq}$  mencari sisihan piawai.

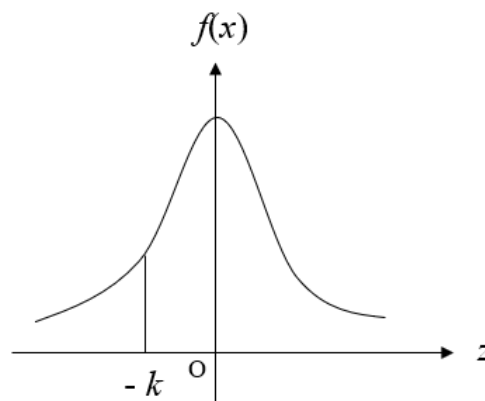
**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana.

3. Rajah 3 menunjukkan satu graf taburan normal piawai.  
Diagram 3 shows a standard normal distribution graph.



Rajah 3  
Diagram 3

Diberi bahawa  $P(Z < -k) = \frac{c}{4}$ ,  
 It is given that  $P(Z < -k) = \frac{c}{4}$ ,

- (a)(i) ungkapkan  $P(Z < k)$  dalam sebutan  $c$ .  
 express  $P(Z < k)$  in terms of  $c$ .
- (ii) cari nilai  $c$  jika  $P(|Z| < k) = 0.2580 + c$ .  
 find the value of  $c$  if  $P(|Z| < k) = 0.2580 + c$ .
- (b) Seterusnya, cari peratusan bagi  $P(-0.143 - k < Z < 0.093 + k)$ .  
 Hence, find the percentage of  $P(-0.143 - k < Z < 0.093 + k)$ .

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Mencari skor piawai, Z jika diberi nilai kebarangkalian

**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

4. Markah Matematik Tambahan dalam peperiksaan percubaan SPM di sebuah sekolah bertaburan normal dengan min 56.5 dan sisihan piawai 6.5.  
*The marks of Additional Mathematics in the SPM trial examination in a school are normally distributed with a mean of 56.5 and a standard deviation of 6.5.*
- (a) Diberi bahawa 10% pelajar terbaik akan menerima hadiah. Sekiranya Wee Thern mendapat 60 markah, adakah dia layak mendapat hadiah? Terangkan.  
*It is given that the top 10% of students would receive a prize. If Wee Thern scores 60 marks, is he entitled for the prize? Explain.*
- (b) Diberi bahawa 2% pelajar paling lemah mesti mengikuti Program Intensif Matematik Tambahan. Ahmad mengambil peperiksaan percubaan tersebut. Cari markah minimum yang perlu diperolehi oleh Ahmad sekiranya dia enggan mengikuti program ini. Berikan jawapan anda pada markah terdekat.  
*It is given that the bottom 2% of students must join Additional Mathematics Intensive Program. Ahmad takes the exam. Find the minimum mark that Ahmad needs to score if he refused to join the program. Give your answer to the nearest mark.*

- (c) Dewi mengambil peperiksaan tersebut dan mendapat 62 markah. Diberi bahawa markah Dewi lebih baik daripada  $x\%$  pelajar. Cari nilai  $x$ .  
*Dewi takes the exam and scores 62 marks. It is given that Dewi score better than  $x\%$  of the students. Find the value of  $x$ .*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Memberi pendapat berdasarkan kriteria dan standard serta memberi justifikasi.

**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

5. Jangka hayat, dalam bulan, untuk sejenis lampu pendarfluor yang dihasilkan oleh sebuah syarikat bertaburan normal dengan nilai min  $\mu$  dan varians 64.  
*The lifespan, in months, of a type of fluorescent lamp produced by a company is normally distributed with a mean of  $\mu$  and a variance of 64.*
- (a) Cari nilai  $\mu$  sekiranya 35.38% daripada lampu pendarfluor ini mempunyai jangka hayat paling lama 1 tahun.  
*Find the value of  $\mu$  if 35.38 % of these fluorescent lamps have lifespans at most 1 year.*
- (b) Sekiranya sebuah bangunan memasang 122 lampu pendarfluor, cari bilangan lampu yang harus diganti antara 9 bulan hingga 17 bulan.  
*If a building fixes 122 fluorescent lamps, calculate the number of lamps that have to be replaced between 9 months to 17 months.*
- (c) Sekiranya 1133 daripada 5000 lampu pendarfluor mempunyai jangka hayat lebih dari  $m$  bulan, cari nilai  $m$ .  
*If 1133 out of 5000 fluorescent lamps have lifespans of more than  $m$  months, find the value of  $m$ .*
- (d) Lampu pendarfluor, yang jangka hayatnya di tengah 60% daripada taburan

normal akan diklasifikasikan sebagai 'Baik'. Cari jangka hayat minimum dan maksimum lampu pendarfluor 'Baik'. Berikan jawapan anda pada bulan terdekat.

*Fluorescent lamps, which lifespans in the middle of 60 % of a normal distribution will be classified as 'Good'. Determine the minimum and maximum lifespans of 'Good' fluorescent lamps. Give your answer to the nearest month.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Memberi pendapat berdasarkan kriteria dan standard serta memberi justifikasi.

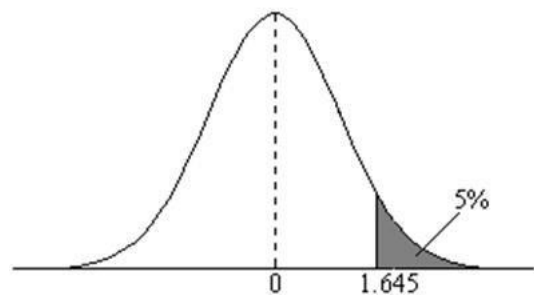
**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

6. Rajah 6 menunjukkan satu graf taburan normal piawai.  
*Diagram 6 shows a standard normal distribution graph.*



Rajah 6  
 Diagram 6

- (a) Wakilkan luas di bawah lengkung bentuk loceng dalam rajah di atas dengan menggunakan notasi set.  
*Represent the shaded area under the bell-shaped curve in the diagram above using set notation.*

- (b) Nyatakan nilai bagi  $P(0 < Z < 1.645)$ .  
 State the value of  $P(0 < Z < 1.645)$ .

[3 markah]  
 [3 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Mencari kebarangkalian suatu peristiwa

**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Rendah

7. Sebuah kelab hoki mengadakan suatu latihan menjaringkan gol kepada pelatih-pelatih lelaki melalui pukulan penalti. Setiap pelatih diberi 5 pukulan penalti. Kebarangkalian seseorang pelatih menjaringkan gol melalui satu pukulan penalti ialah  $v$ .  
 Selepas latihan, didapati bahawa min bilangan gol bagi seorang pelatih ialah 2.7 .  
*A hockey club organises a practice session for male trainees on scoring goals from penalty flicks. Each trainee takes 5 penalty flicks. The probability that a trainee scores a goal from a penalty flick is  $v$ . After the session, it is found that the mean number of goals for a trainee is 2.7 .*
- (a) Cari nilai  $v$  ;  
 Find the value of  $v$  ;
- (b) Jika seorang pelatih dipilih secara rawak, carikan kebarangkalian bahawa dia menjaringkan sekurang-kurangnya satu gol.  
 If a trainee is chosen at random, find the probability that he scores at least one goal.

[5 markah]  
 [5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Menggunakan  $np$  mencari min

**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

8. Suatu kajian jisim badan dijalankan ke atas sekumpulan pelajar. Jisim seorang Pelajar adalah mengikut taburan normal dengan min ialah 60 kg dan sisihan piawai 15 kg.

*A survey on body-mass is done on a group of students. The mass of a student has a normal distribution with a mean of 60 kg and a standard deviation of 15 kg .*

- (a) Jika seorang pelajar dipilih secara rawak, hitungkan kebarangkalian bahawa jisimnya adalah kurang daripada 51 kg ;  
*If a student is chosen at random, calculate the probability that his mass is less than 51 kg ;*
- (b) Diberi bahawa 13% daripada pelajar itu mempunyai jisim melebihi  $u$  kg ,  
 Carikan nilai  $u$  .  
*Given that 13% of the students have a mass of more than  $u$  kg , find the value of  $u$  .*

[5 markah]

[5 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Mencari skor piawai, Z

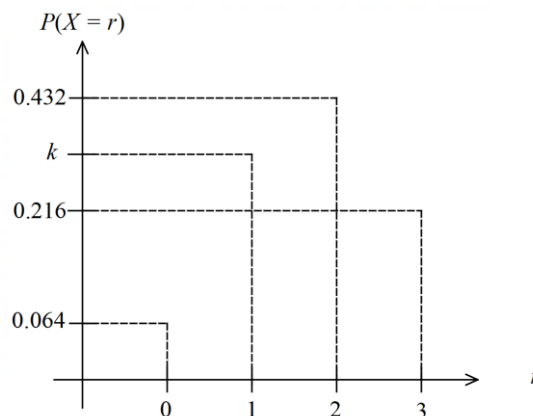
**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

9. Rajah 9 menunjukkan suatu graf taburan binomial  $X$ .  
*Diagram 9 shows the graph of a binomial distribution  $X$ .*



Rajah 9  
 Diagram 9



Cari  
Find

- (a)  $P(x \geq 2)$ ,
- (b) nilai  $k$ .  
*the value of  $k$ .*

[4 markah]  
[4 marks]

<b>BIDANG PEMBELAJARAN :</b> Statistik	<b>KONTRUK :</b> Mencari kebarangkalian daripada graf taburan Binomial
<b>KONTEKS :</b> Taburan Kebarangkalian	<b>ARAS KESUKARAN :</b> Rendah

10. Didapati bahawa 55% daripada murid Tingkatan 5 di sebuah sekolah lulus dalam ujian Matematik Tambahan. Satu sampel yang terdiri daripada enam orang murid Tingkatan 5 dipilih secara rawak.

*It is found that 55% of the Form 5 students in a school passed in an Additional Mathematics test. A sample of six Form 5 students are chosen at random.*

- (a) Cari sisihan piawai bagi taburan kebarangkalian itu.  
*Find the standard deviation of the probability distribution.*
- (b) Cari kebarangkalian bahawa lebih daripada empat orang murid daripada sampel lulus ujian Itu.  
*Find the probability that more than four students from the sample passed the test.*
- (c) Berapakah bilangan minimum sampel murid yang diperlukan supaya minimum murid yang lulus ujian itu ialah 9 orang?  
*What is the minimum number of sample of students needed so that the minimum mean of the number of students who passed the test is 9?*

[8 markah]  
[8 marks]

<b>BIDANG PEMBELAJARAN :</b> Statistik	<b>KONTRUK :</b> Menggunakan $\sqrt{npq}$ mencari sisihan piawai
<b>KONTEKS :</b> Taburan Kebarangkalian	<b>ARAS KESUKARAN :</b> Sederhana

11. Sebuah kertas ujian mengandungi 35 soalan objektif di mana setiap soalan mempunyai lima pilihan jawapan dan hanya satu daripadanya adalah betul.  
*A test paper consists of 35 objective questions where each question has five choices of answers and only one of them is correct.*
- (a) Jika Irine menjawab semua soalan secara rawak,  
*If Irine answers all of the questions randomly,*
- (i) cari bilangan soalan yang dijawab betul,  
*find the number of questions she answered correctly,*
- (ii) cari sisihan piawai bagi bilangan soalan yang dijawab dengan betul.  
*find the standard deviation of the number of questions answered correctly.*
- (b) Aizat yakin dia dapat menjawab 8 soalan dengan betul dan menjawab soalan lain secara rawak. Cari kebarangkalian bahawa dia dapat menjawab lebih dari 8 soalan dengan betul.  
*Aizat is confident that 8 questions are answered correctly and he randomly answered the rest of questions. Find the probability that he answered more than 8 questions correctly.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**Menggunakan  $\sqrt{npq}$  mencari sisihan piawai**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

12. (a) Markah bagi suatu ujian geografi bertaburan secara normal dengan min  $\mu$  dan varians,  $\sigma^2$ . 10% daripada pelajar mendapat markah lebih daripada 75 markah dan 20% daripada mereka mendapat kurang daripada 40 markah.  
 Hitung  
*The marks of a geography test are normally distributed with mean,  $\mu$  and variance,  $\sigma^2$ . 10% of the students get more than 75 marks and 20% of them get less than 40 marks. Calculate*
- (i) nilai  $\sigma$   
*the value of  $\sigma$*
- (ii) nilai  $\mu$ ,  
*the value of  $\mu$ .*
- (b) Jisim sekeping biskut yang dihasilkan oleh sebuah kedai kek bertaburan secara normal dengan min 6 g dan sisihan piawai 0.2 g. Cari kebarangkalian bahawa sekeping biskut yang dipilih secara rawak akan mempunyai jisim  
*The mass of a piece of biscuit produced by a bakery is normally distributed with a mean of 6 g and a standard deviation of 0.2 g. Find the probability that a piece of biscuit chosen at random will have a mass of*

- (i) lebih daripada 5.96 g.  
*more than 5.96 g.*
- (ii) Peratus biskut di antara 5.8 g dan 6.1 g.  
*Percentage biscuit between 5.8 g and 6.1 g.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Menggunakan  $\frac{x-\mu}{\sigma}$  mencari  $\mu$

**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Sederhana

- 13.(a) Dalam suatu tinjauan di sebuah daerah tertentu, didapati tiga daripada lima keluarga mempunyai kurang daripada empat orang anak. Jika 9 keluarga dipilih secara rawak dari daerah itu, hitung kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya 7 keluarga mempunyai kurang daripada empat orang anak.  
*In a survey carried out in a particular district, it is found that three out of five families have less than four children. If 9 families are chosen at random from that district, calculate the probability that at least 7 families have less than four children.*
- (b) Seramai 500 orang murid dari sebuah sekolah menduduki satu ujian. Markah yang diperoleh bertaburan secara normal dengan min 55 dan sisihan piawai 10.  
*500 students from a school sat for a test. The marks obtained are normally distributed with a mean of 55 and a standard deviation of 10.*
- (i) Cari bilangan murid yang lulus ujian itu jika markah lulus ialah 45.  
*Find the number of students who pass the test if the passing mark is 45.*
  - (ii) Jika 15.87% daripada murid-murid itu mendapat kepujian, cari markah minimum yang diperlukan untuk mendapat kepujian.  
*If 15.87% of the students obtained distinction, find the minimum mark needed to obtain a distinction.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**

Mencari skor piawai, Z.

**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

14. Sebuah kilang mengisi balang dengan kopi. Berat kopi,  $W$  gram, dalam balang boleh dimodelkan oleh taburan normal dengan min 232 gram dan sisihan piawai 5 gram.  
*A manufacturer fills jars with coffee. The weight of coffee,  $W$  grams, in a jar can be modelled by a normal distribution with mean 232 grams and standard deviation 5 grams.*
- (a) Cari  $P(W < 224)$ .  
*Find  $P(W < 224)$ .*
- (b) Cari nilai  $w$  sedemikian  $P(232 < W < w) = 0.20$ .  
*Find the value of  $w$  such that  $P(232 < W < w) = 0.20$ .*  
Dua balang kopi dipilih secara rawak.  
*Two jars of coffee are selected at random.*
- (c) Cari kebarangkalian bahawa hanya satu balang mengandungi antara 232 gram dan  $w$  gram kopi.  
*Find the probability that only one of the jars contains between 232 grams and  $w$  grams of coffee.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**Mencari skor piawai,  $Z$ .**KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

15. Hobi Awang adalah memancing ikan. Apabila memancing, Awang akan mendapat ikan sebanyak 40% daripada jumlah balingan.  
*Awang's hobby is fishing. Usually when fishing, Awang will get fish as many as 40% from the total number of his throws.*
- (a) Hitungkan  
*Calculate*
- (i) kebarangkalian bahawa Awang akan mendapat tepat 3 ekor ikan dalam 7 balingan,  
*the probability that Awang will get exactly 3 fishes in 7 throws,*
- (ii) bilangan balingan yang dibuat oleh Awang supaya kebarangkalian mendapat sekurang-kurangnya seekor ikan adalah lebih daripada 0.95.  
*the number of throws made by Awang so that the probability of getting at least a fish is greater than 0.95.*

- (b) Jika terdapat 250 ekor ikan di dalam sungai tersebut, anggarkan bilangan ikan yang diperoleh Awang.  
*If there are 250 fishes in the river, calculate the expected number of fishes acquired by Awang.*
- (c) Dengan menggunakan nilai  $n$  di (b), carikan nilai  $p$  jika diberi  $Y \sim B(n, p)$  dan  $P(Y = n) = 0.265$ .  
*By using the value of  $n$  in (b), find the value of  $p$  if  $Y \sim B(n, p)$  and  $P(Y = n) = 0.265$ .*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Statistik

**KONTRUK :**Menggunakan  ${}^n C_r p^r q^{n-r}$ **KONTEKS :**

Taburan Kebarangkalian

**ARAS KESUKARAN :**

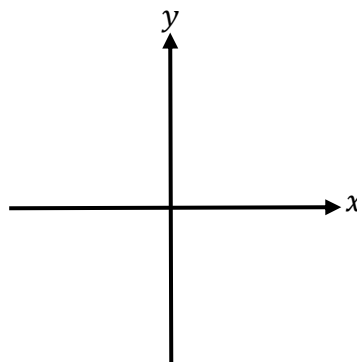
Tinggi

**BAB**  
**6**

**FUNGSI TRIGONOMETRI**  
**TRIGONOMETRIC FUNCTION**

1. Lukiskan sudut  $950^\circ$  menggunakan Rajah di bawah serta tentukan sukuan di mana sudut tersebut berada dan sudut rujukan sepadan baginya.  
*Draw the angle of  $950^\circ$  using diagram below and determine in which quadrant the angle lies and its reference angles.*

[4 markah]  
[4 marks]



Rajah 1  
Diagram 1

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Trigonometri

**KONSTRUK :**  
Mewakilkkan sudut  $> 360^\circ$  dalam satah Cartes

**KONTEKS :**  
Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah

2. Jika  $\tan x = -\sqrt{3}$  di mana  $\pi \leq x \leq 2\pi$ , tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai kos  $x$  dan kosek  $x$ .  
*If  $\tan x = -\sqrt{3}$ , where  $0^\circ \leq x \leq 2\pi$ , without using a calculator, find the value of  $\cos x$  and  $\operatorname{cosec} x$ .*

[4 markah]  
[4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Trigonometri

**KONSTRUK :**  
Menentukan nilai nisbah trigonometri

**KONTEKS :**  
Nisbah Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

3. Selesaikan persamaan  $3 \sin x = 4 - \cos x$  di mana  $0 \leq x \leq 2\pi$ .  
 Solve the equation  $3 \sin x = 4 - \cos x$  where  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

[5 markah]  
 [5 marks]

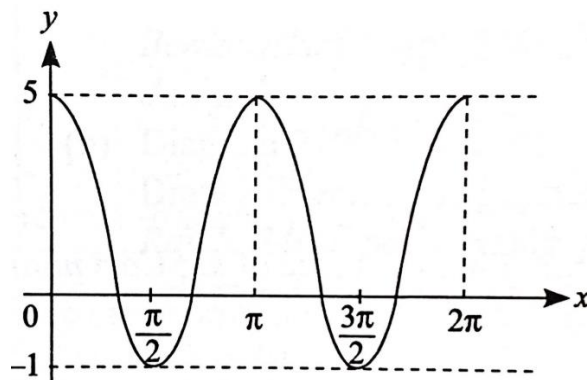
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Menyelesaikan persamaan trigonometri

**KONTEKS :**  
 Aplikasi Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

4. Rajah 4 menunjukkan graf bagi fungsi trigonometri  $y = 2 + a \cos bx$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ .  
 Diagram 4 shows a trigonometric function graph  $y = 2 + a \cos bx$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .



Rajah 4  
 Diagram 4

Nyatakan  
 State

- (a) nilai bagi  
 the value of  
 (i)  $a$ ,  
 (ii)  $b$
- (b) bilangan penyelesaian untuk  $a \cos bx = 3$ .  
 the number of solution for  $a \cos bx = 3$ .

[4 markah]  
 [4 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Menyatakan nilai berdasarkan graf fungsi trigonometri

**KONTEKS :**  
 Graf Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
 Rendah

5. (a) Diberi  $A = B + C$ , buktikan bahawa  $\tan A - \tan B - \tan C = \tan A \tan B \tan C$   
*Given that  $A = B + C$ , prove that  $\tan A - \tan B - \tan C = \tan A \tan B \tan C$*
- (b) Diberikan bahawa  $\cos A \cos B = \frac{1}{4}$  dan  $\sin A \sin B = \frac{3}{5}$   
 dengan keadaan A dan B adalah sudut-sudut tirus. Cari nilai A dan B  
*Given that  $\cos A \cos B = \frac{1}{4}$  and  $\sin A \sin B = \frac{3}{5}$   
 where A and B are acute angles. Find the values of A and of B.*

[6 markah]  
 [6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Membuktikan identiti trigonometri  
 menggunakan rumus sudut majmuk.

**KONTEKS :**  
 Rumus Sudut Majmuk

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

6.  $\alpha$  and  $\beta$  ialah sudut tirus dengan keadaan  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{4}$  dan  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{7}{24}$ . Tanpa menggunakan kalkulator, carikan nilai bagi  
 *$\alpha$  and  $\beta$  are acute angles such that  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{4}$  and  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{7}{24}$ . Without using a calculator, find the value of*

(a)  $\cos \alpha \sin \beta$   
 $\cos \alpha \sin \beta$

(b)  $\sin(\alpha + \beta)$

(c)  $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$

[7 markah]  
 [7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Mencari nilai fungsi trigonometri  
 menggunakan rumus sudut majmuk.

**KONTEKS :**  
 Rumus Sudut Majmuk

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana



7. (a) Buktikan bahawa  $\frac{\cos \theta - 1}{\sec \theta + \tan \theta} + \frac{\cos \theta + 1}{\sec \theta - \tan \theta} = 2(1 + \tan \theta)$

*Prove that*  $\frac{\cos \theta - 1}{\sec \theta + \tan \theta} + \frac{\cos \theta + 1}{\sec \theta - \tan \theta} = 2(1 + \tan \theta)$

(b) Selesaikan persamaan trigonometri  $5 \sin x \cos x = 2$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$   
*Solve the trigonometric function*  $5 \sin x \cos x = 2$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

[8 markah]  
 [8 marks]

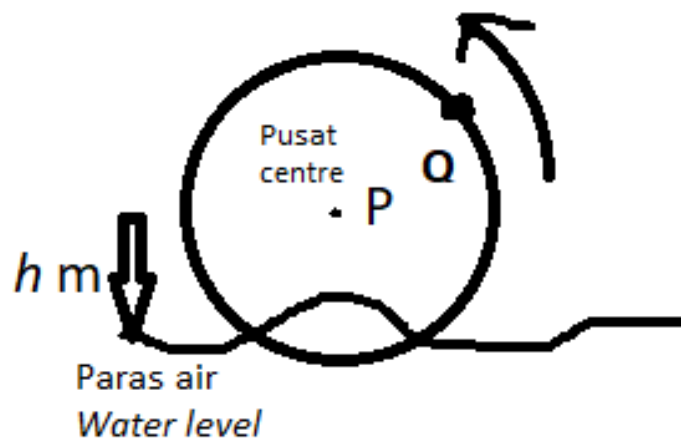
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Membuktikan identiti trigonometri menggunakan identiti asas.

**KONTEKS :**  
 Identiti Asas

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

8. Rajah 8 menunjukkan sebuah roda air berpusat P. P ialah  $h$  m di atas paras air. Kedudukan titik Q pada roda air itu diwakili oleh persamaan  $y = -6 \sin \frac{\pi}{8}t + 5$ , dengan keadaan  $t$  ialah masa yang diambil oleh roda air untuk membuat satu pusingan lengkap, dalam saat dan  $y$  ialah jarak dari paras air, dalam meter.  
*The diagram shows a water wheel with centre P. P is  $h$  m above the water level. The position of point Q on the water wheel is represented by equation  $y = -6 \sin \frac{\pi}{8}t + 5$ , where  $t$  is the time taken for the wheel to complete one cycle, in seconds and  $y$  is the distance from the water level, in metre.*



Rajah 8  
 Diagram 8

Tentukan  
*Determine*

- (a) Nilai  $h$   
*The value of  $h$ ,*
- (b) Diameter dalam  $m$  bagi roda air,  
*The diameter in  $m$ , of the water wheel,*
- (c) Jarak maksimum, dalam  $m$ , bagi titik  $Q$  dari paras air,  
*The maximum distance in  $m$  of point  $Q$  from the water level,*
- (d) Masa yang diambil dalam saat bagi roda itu untuk membuat satu putaran lengkap.  
*The time taken in seconds for the wheel to make a complete cycle.*

[8 markah]  
 [8 marks]

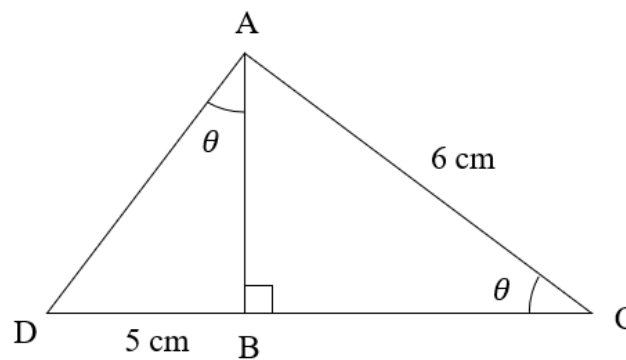
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Menyelesaikan masalah yang melibatkan fungsi trigonometri

**KONTEKS :**  
 Aplikasi Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi

9. Rajah 9 menunjukkan  $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$ ,  $AC = 6 \text{ cm}$ ,  $BD = 5 \text{ cm}$  dan  $\angle DAB = \angle ACB = \theta$ .  
 Diagram 9 shows  $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$ ,  $AC = 6 \text{ cm}$ ,  $BD = 5 \text{ cm}$  and  $\angle DAB = \angle ACB = \theta$



Rajah 9  
 Diagram 9

- (a) Gunakan setiap segi tiga  $ABC$  dan  $ABD$  untuk mengungkapkan  $AB$  dalam sebutan  $\theta$   
*Use each of the triangles  $ABC$  and  $ABD$  to express  $AB$  in terms of  $\theta$*
- (b) Oleh yang demikian, cari nilai  $\theta$   
*Hence, find the value of  $\theta$*

[8 markah]  
 [8 marks]

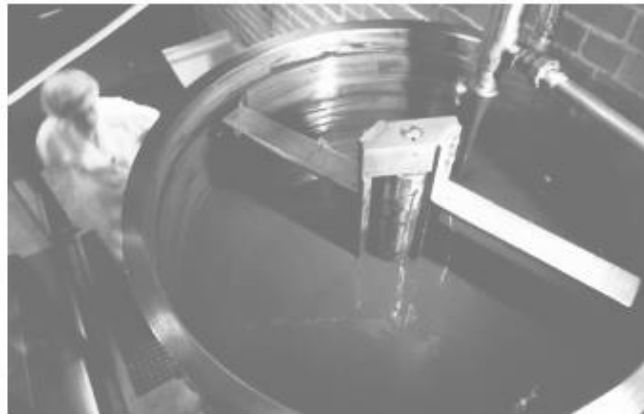
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Menyelesaikan masalah yang melibatkan fungsi trigonometri

**KONTEKS :**  
 Aplikasi Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
 Rendah

10. Foto di bawah menunjukkan mesin pemutar coklat di Kilang Coklat Bukit Minyak. Tong susu coklat dikacau oleh bilah pemutar yang dikawal oleh roda secara bolak-balik.  
*The photograph shows the machine that stirs chocolate in the Bukit Minyak Chocolate Factory. A vat of milk chocolate is stirred by a stirrer blade that is driven by a wheel that pushes the blade back and forth.*



Jarak di antara pusat roda dengan bilah pemutar boleh diwakili oleh fungsi

$$\cos 2\theta = \frac{\cot^2 \theta - 1}{\cot^2 \theta + 1}$$

*The distance between the centre of the wheel and the stirrer blade can be represented by the function*

$$\cos 2\theta = \frac{\cot^2 \theta - 1}{\cot^2 \theta + 1}$$

- (a) Buktikan fungsi di atas.  
*Prove the function above.*

- (b) Seterusnya, cari sudut putaran, yang diberi oleh persamaan berikut untuk  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .

$$\frac{1}{\operatorname{kosek} \theta} = \frac{\cot^2 \theta - 1}{\cot^2 \theta + 1}$$

Hence, find the angle of rotation for the following equation for  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .

$$\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \frac{\cot^2 \theta - 1}{\cot^2 \theta + 1}$$

[7 markah]

[7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Trigonometri

**KONSTRUK :**

Menyelesaikan masalah yang melibatkan fungsi trigonometri

**KONTEKS :**

Aplikasi Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

11. (a) Lakar graf bagi  $y = -\sin 2x$  untuk  $0 \leq x \leq \pi$ .

*Sketch the graph of  $y = -\sin 2x$  for  $0 \leq x \leq \pi$ .*

- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan  $\sin 2x + \frac{x}{2\pi} = 0$  untuk  $0 \leq x \leq \pi$ . Nyatakan bilangan penyelesaian itu.

*Hence, using the same axes, sketch a suitable straight line to find the number of solutions for the equations  $\sin 2x + \frac{x}{2\pi} = 0$  for  $0 \leq x \leq \pi$ . State the number of solutions.*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Trigonometri

**KONSTRUK :**

Melakar graf fungsi melibatkan sin

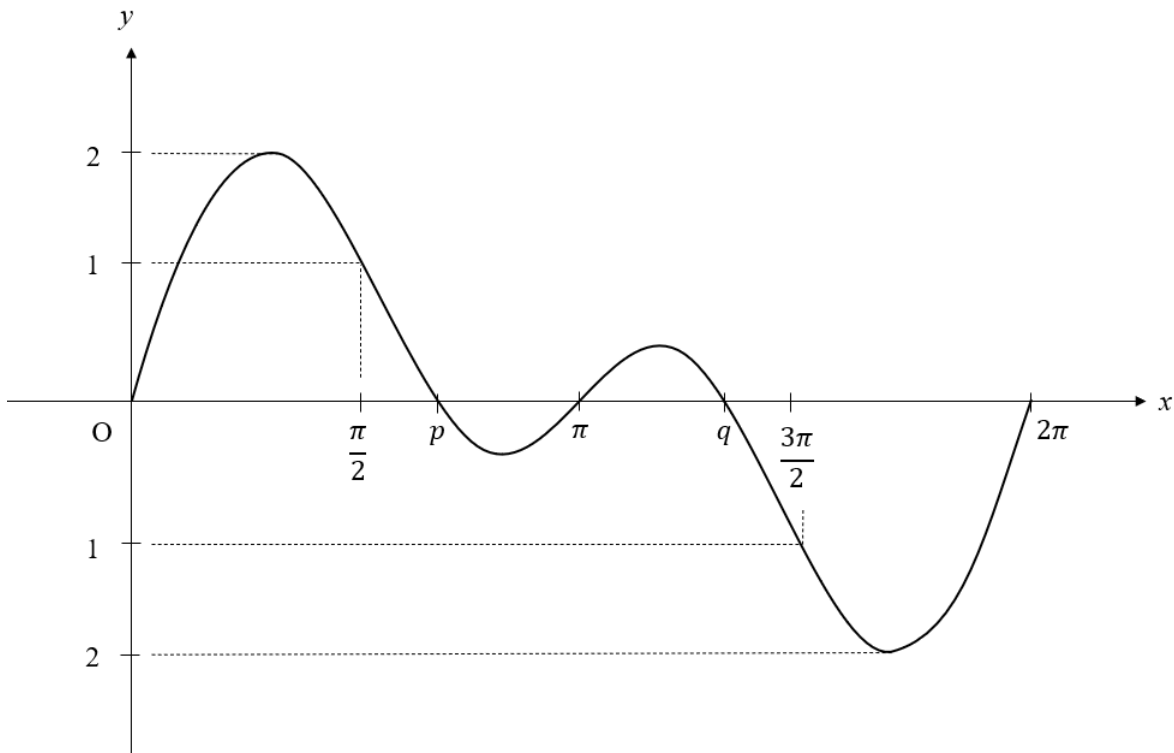
**KONTEKS :**

Graf Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**

Rendah

12. Rajah 12 menunjukkan graf bagi  $y = \sin 2x + \sin x$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$   
 Diagram 12 shows the graph of  $y = \sin 2x + \sin x$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$



Rajah 12  
 Diagram 12

- (a) Cari nilai p dan q [4 markah]  
 Find the values of p and q [4 marks]
- (b) Dengan menggunakan paksi yang sama, lakarkan graf  $y = -2 \cos 2x$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$   
 By using the same axes, sketch the graph of  $y = -2 \cos 2x$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$
- (c) Seterusnya, nyatakan bilangan penyelesaian bagi persamaan  $\frac{1}{2}(\sin 2x + \sin x) + \cos 2x = 0$  dengan memberikan justifikasi anda  
 Hence, state the number of solutions of the equation  $\frac{1}{2}(\sin 2x + \sin x) + \cos 2x = 0$  by giving your justification. [6 markah]  
 [6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Trigonometri

**KONSTRUK :**  
 Melakar graf fungsi melibatkan kos

**KONTEKS :**  
 Graf Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

13. (a) Buktikan  $\frac{1}{\sec A - \tan A} - \frac{1}{\sec A + \tan A} = 2 \tan A$ .

Prove  $\frac{1}{\sec A - \tan A} - \frac{1}{\sec A + \tan A} = 2 \tan A$

(b) Seterusnya,

Hence,

(i) Lakarkan graf bagi  $y = \frac{1}{\sec A - \tan A} - \frac{1}{\sec A + \tan A} + 1$  untuk  $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$ .

Sketch the graph of  $y = \frac{1}{\sec A - \tan A} - \frac{1}{\sec A + \tan A} + 1$  for  $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$ .

(ii) Selesaikan persamaan  $\frac{1}{\sec A - \tan A} - \frac{1}{\sec A + \tan A} = \frac{\cos \frac{1}{2} A}{\sin \frac{1}{2} A}$  untuk

$0^\circ \leq A \leq 360^\circ$ .

Solve the equation  $\frac{1}{\sec A - \tan A} - \frac{1}{\sec A + \tan A} = \frac{\cos \frac{1}{2} A}{\sin \frac{1}{2} A}$  for  $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$ .

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Trigonometri

**KONSTRUK :**

Melakar graf fungsi melibatkan tan

**KONTEKS :**

Graf Fungsi Trigonometri

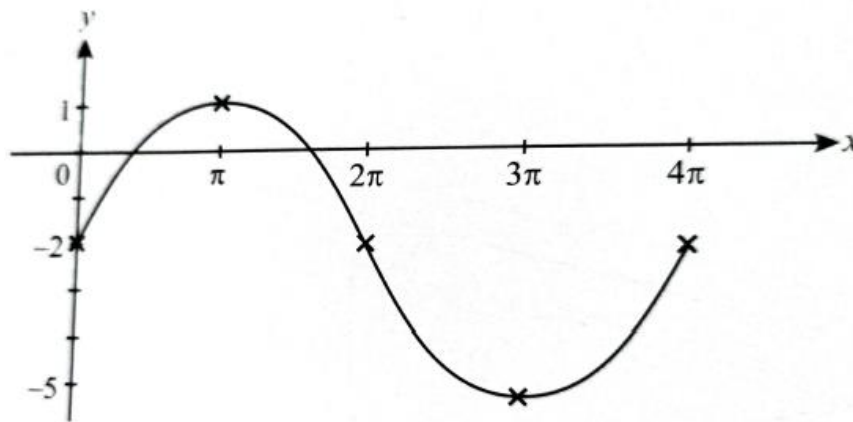
**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

14. (a) Diberi  $90^\circ < x - y < 180^\circ$ ,  $180^\circ < x + y < 270^\circ$ ,  $\tan(x + y) = \sec^2 x - \tan^2 x$  dan  $\tan(x - y) = -1$ , cari nilai  $x$  dan  $y$ .  
 Given  $90^\circ < x - y < 180^\circ$ ,  $180^\circ < x + y < 270^\circ$ ,  $\tan(x + y) = \sec^2 x - \tan^2 x$  and  $\tan(x - y) = -1$ , find the values of  $x$  and  $y$ .

- (b) Rajah 12 menunjukkan graf bagi  $y = a \sin\left(\frac{x}{b}\right) + c$ , dengan keadaan  $a$ ,  $b$  dan  $c$  ialah integer untuk  $0 \leq x \leq 4\pi$ . Graf tersebut melalui  $(0, -2)$ , mempunyai titik minimum di  $(3\pi, -5)$  dan titik maksimum point di  $(\pi, 1)$ .

Diagram 12 shows the graph of  $y = a \sin\left(\frac{x}{b}\right) + c$ , where  $a$ ,  $b$  and  $c$  are integers for  $0 \leq x \leq 4\pi$ . The graph passes through  $(0, -2)$ , has a minimum point at  $(3\pi, -5)$  and a maximum point at  $(\pi, 1)$ .



Rajah 12  
Diagram 12

- i) Cari nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$ .  
 Find the values of  $a$ ,  $b$  and  $c$ .
- ii) Lakar graf  $y = \left| a \sin\left(\frac{x}{b}\right) + c \right|$  untuk  $0 \leq x \leq 4\pi$ .  
 Sketch the graph of  $y = \left| a \sin\left(\frac{x}{b}\right) + c \right|$  for  $0 \leq x \leq 4\pi$ .

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Trigonometri

**KONSTRUK :**  
Melakar graf fungsi melibatkan modulus

**KONTEKS :**  
Graf Fungsi Trigonometri

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

# BAB 7

## PENGATURCARAAN LINEAR LINEAR PROGRAMMING

1. Sebungkus serbuk kopi mengandungi campuran  $x$  g kopi gred A dan  $y$  g kopi gred B. Kopi gred A dan kopi gred B dicampur mengikut syarat-syarat yang berikut.  
*A pack of coffee powder contains the mixture of  $x$  g coffee grade A and  $y$  g coffee grade B. Grade A coffee and grade B coffee are mixed based on the following condition.*
- I Jisim kopi gred A tidak melebihi jisim kopi gred B.  
*The amount of grade A coffee must not be more than grade B coffee.*
- II Jisim sebungkus kopi itu sekurang-kurangnya 5 g.  
*A pack of coffee powder must be at least 5 g*
- III Satu bungkus kopi itu kurang daripada 8 g.  
*A pack of coffee must be less than 8 g.*

Tulis ketaksamaan yang menghuraikan syarat-syarat di atas. Seterusnya, bina dan lorekkan rantau penyelesaian tersaur.

*Write down inequalities that describe the conditions. Hence, construct and shade the region of feasible solutions.*

[6 markah]

[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

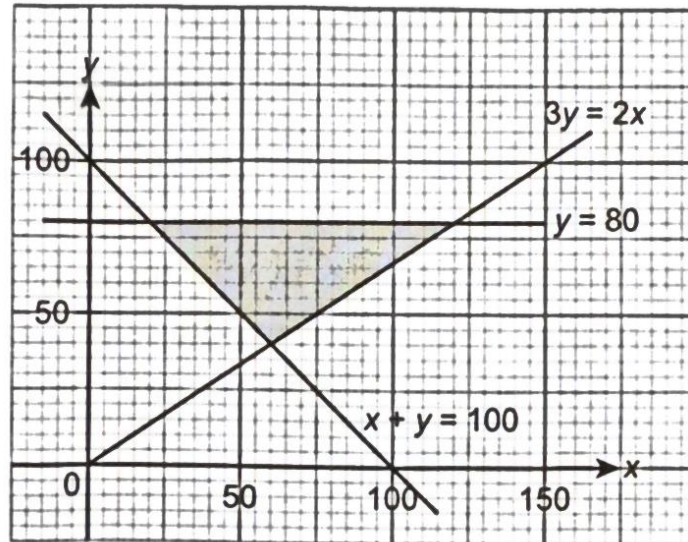
**KONSTRUK :**  
Membentuk dan mewakili model secara grafik

**KONTEKS :**  
Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Rendah



2.



Rajah 2  
Diagram 2

2. Rajah di atas menunjukkan rantau yang ditakrifkan oleh ketaksamaan  $3y \geq 2x$ ,  $x + y \geq 100$  dan  $y \leq 80$ . Tentukan nilai minimum dan nilai maksimum bagi  $2x + 5y$  di mana rantau berlorek itu ialah rantau penyelesaian tersaur.  
*The diagram above shows the region defined by the inequalities  $3y \geq 2x$ ,  $x + y \geq 100$  and  $y \leq 80$ . Determine the minimum and the maximum values of  $2x + 5y$  for which the shaded region is the region of feasible solutions.*

[6 markah]  
[6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**  
Mencari nilai minimum dan maksimum berdasarkan graf yang diberi

**KONTEKS :**  
Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

3. Sebuah pusat perkembangan sumber manusia menawarkan dua kursus *A* dan kursus *B* untuk ahlinya. Operasi pusat itu adalah tertakluk kepada kekangan yang berikut.  
*A human resource development centre offers two types of courses A and B for executives. The operation of the centre is subject to following constraints.*
- I Jumlah bilangan pengambilan bagi kedua-dua kursus itu adalah selebih-lebihnya 300 orang.  
*The total number of enrolment for two courses is at most 300.*
- II Bilangan pengambilan bagi kursus *A* tidak kurang daripada bilangan pengambilan kursus *B*.  
*The number of enrolment for course A must not be less than that of course B.*
- III Bilangan pengambilan bagi kursus *B* adalah sekurang-kurangnya 100 orang.  
*The number of enrolment for course B must be at least 100.*
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain daripada  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , yang mentakrifkan kekangan di atas.  
*Write down three inequalities, other than  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$ , which describe the constraints.*
- (b) Wakilkan situasi di atas dengan graf dan lorekkan rantau *R* yang memenuhi kekangan itu.  
*Represent the situation graphically and shade the region of of feasible solutions.*
- (c) Jika yuran bagi kursus *A* dan kursus *B* masing-masing ialah RM300 dan RM200, cari kutipan yuran maksimum.  
*If the fees for course A and course B are RM300 and RM200 respectively, find the maximum collection of fees.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**  
 Mewakikan model secara grafik dan mencari nilai maksimum berdasarkan graf yang dilukis

**KONTEKS :**  
 Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

4. Sebuah kilang memasang dua model alat pemain DVD  $P$  dan  $Q$ . Seunit model  $P$  memerlukan 2 jam untuk dipasang manakala seunit model  $Q$  memerlukan 6 jam dipasang. Kilang itu memasang  $x$  unit model  $P$  dan  $y$  unit model  $Q$  setiap hari. Operasi kilang itu adalah tertakluk kepada syarat-syarat yang berikut.

*A factory assembles two models of DVD players  $P$  and  $Q$ . Model  $P$  requires 2 hours to assemble whereas model  $Q$  requires 6 hours. The factory assembles  $x$  units of model  $P$  and  $y$  units of model  $Q$  per day. The operation of the factory is subject to the following constraints.*

I Kilang itu boleh menghasilkan selebih-lebihnya 800 unit alat pemain DVD setiap hari.  
*The assembly line has a maximum capacity of 800 units DVD players per day.*

II Tenaga pekerja minimum ialah 2000 jam sehari.  
*The minimum available labour per day is 2000 hours.*

III Bilangan model  $P$  yang dipasang adalah sekurang-kurangnya  $\frac{3}{5}$  daripada bilangan model  $Q$  yang dipasang.

*The number of units of model  $P$  assembled must be at least  $\frac{3}{5}$  of that of model  $Q$ .*

(a) Tulis tiga ketaksamaan, selain daripada  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , yang memuaskan semua syarat-syarat di atas.

*Write down three inequalities, other than  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$ , which satisfy the constraints.*

(b) Dengan menggunakan 2 cm untuk mewakili 200 unit alat pemain DVD pada kedua-dua paksi, bina dan lorekkan rantau  $R$  yang memenuhi syarat-syarat itu.

*Using 2cm to represent 200 units of DVD players for both axes, construct and shade the region of feasible solutions.*

(c) Dengan menggunakan graf di (b), cari

*Using the graph obtained in (b), find*

(i) Keuntungan maksimum yang diperoleh kilang itu setiap hari jika keuntungan jualan setiap unit model  $P$  dan model  $Q$  masing-masing ialah RM40 dan RM90.

*The maximum total profit made by the factory per day if the profit on each sale of model  $P$  is RM40 and that of model  $Q$  is RM90.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**  
Mewakulkan model secara grafik dan mencari keuntungan maksimum daripada graf dilukis

**KONTEKS :**  
Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

5. Sebuah kilang kasut menghasilkan dua jenis barangan,  $A$  dan  $B$ , setiap hari. Kos untuk menghasilkan 1 unit barangan  $A$  dan 1 unit barangan  $B$  ialah RM50 dan RM100 masing-masing. Barangan yang dihasilkan tertakluk kepada syarat-syarat berikut :
- A shoe factory produces two types of commodities,  $A$  and  $B$ , each day. The costs of producing 1 unit of commodity  $A$  and 1 unit of commodity  $B$  are RM50 and RM100 respectively. The commodities produced by the factory satisfy the following conditions:*
- I Bilangan barangan  $A$  yang dihasilkan dalam sehari tidak melebihi 40 unit.  
*The number of commodity  $A$  produced in a day is not more than 40 units.*
  - II Jumlah barangan  $A$  dan  $B$  yang dihasilkan dalam sehari sekurang-kurangnya 50 unit.  
*The total number of commodities  $A$  and  $B$  produced in a day must be at least 50 units.*
  - III Bilangan barangan  $B$  yang dihasilkan dalam sehari tidak melebihi 2 kali ganda bilangan barangan  $A$  yang dihasilkan.  
*The number of commodity  $B$  produced in a day is not more than two times the number of commodity  $A$  produced.*
  - IV Jumlah kos pengeluaran 2 barangan dalam sehari tidak melebihi RM5000.  
*The total cost of production of the two commodities in a day is not more than RM5000.*
- (a) Biarkan  $x$  sebagai bilangan unit untuk barangan  $A$  dan  $y$  sebagai bilangan unit untuk barangan  $B$  dalam sehari, tulis empat ketaksamaan, selain daripada  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , yang memuaskan syarat-syarat di atas.  
*Taking  $x$  as the number of units for commodity  $A$  and  $y$  as the number of units for commodity  $B$  produced in a day, write down four inequalities, other than  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$  which satisfy the above conditions.*
  - (b) Gunakan skala 2 cm mewakili 10 unit pada kedua-dua paksi, lukis graf untuk empat ketaksamaan itu. Seterusnya, tanda dan lorek kawasan  $R$  yang memuaskan syarat-syarat di atas.  
*Using a scale of 2 cm to represent 10 units on each axis, draw the graph of the four inequalities. Hence, mark and shade the region  $R$  which satisfies the above conditions.*
  - (c) Berdasarkan graf di (b), jawab soalan-soalan berikut.  
*Using your graph, answer the following questions.*
    - (i) Cari julat bilangan unit barangan  $B$  yang dihasilkan jika bilangan unit barangan  $A$  ialah 30 unit.  
*Find the range of the number of units of commodity  $B$  produced if the number of commodity  $A$  produced is 30 units.*
    - (ii) Jika bilangan unit barangan  $A$  dan  $B$  yang dihasilkan adalah sama, cari julat unit untuk setiap barangan yang dihasilkan.  
*If the number of units of commodities  $A$  and  $B$  produced are the same, find the possible range of units of each commodity produced.*

- (iii) Cari bilangan maksimum barangan  $B$  yang boleh dihasilkan.  
*Find the maximum number of commodity  $B$  that can be produced.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**  
 Mewakikan model secara grafik dan mencari julat / nilai daripada graf dilukis

**KONTEKS :**  
 Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sukar

6. Satu agen pelancongan menawarkan satu pakej istimewa ke satu destinasi. Bilangan pelancong terhad kepada 40 orang sahaja. Bayaran seorang dewasa ialah RM100 dan separuh harga untuk kanak-kanak di bawah 12 tahun. Untuk memastikan keuntungan, agen itu menentukan nisbah bilangan kanak-kanak kepada bilangan dewasa tidak melebihi 1 : 2 dan jumlah kutipan bayaran sekurang-kurangnya RM3 000. Anggapkan terdapat  $x$  orang kanak-kanak dan  $y$  orang dewasa mendaftar untuk pakej pelancongan itu,  
*A tourist agency offers a special package tour to a destination. The package tour is limited to only 40 members at a price of RM100 for an adult, and half price for children below 12 years of age. To ensure profitability, the agency fixes the ratio of the number of children to the number of adults to be not more than 1 : 2, and the total collection of payment from all the tourists must be at least RM3 000. Assume that there are  $x$  children and  $y$  adults joining the package tour.*
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , yang memuaskan syarat-syarat di atas.  
*Write down three inequalities, other than  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$ , which satisfy the above conditions.*
- (b) Gunakan skala 2 cm mewakili 10 orang pada setiap paksi, lukis graf untuk tiga ketaksamaan itu. Seterusnya, lorek kawasan  $R$  yang memuaskan semua ketaksamaan itu.  
*Using a scale of 2 cm to represent 10 people on each axes, draw the graph for the three inequalities. Hence, shade the region  $R$  which satisfies the above conditions.*
- (c) Gunakan graf anda, cari  
*Use your graph, find*
- (i) bilangan minimum orang dewasa yang boleh mendaftar dalam pakej pelancongan ini,  
*the minimum number of adults that can join the package tour,*

- (ii) keuntungan minimum yang dapat dikumpulkan jika keuntungan untuk setiap orang dewasa dan kanak-kanak ialah RM80 dan RM20 masing-masing.  
*the minimum profit obtained if the profits obtained for an adult and a child are RM80 and RM20 respectively.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**

Mewakilkkan model secara grafik dan mencari nilai/keuntungan minimum daripada graf dilukis

**KONTEKS :**  
Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

7. Sebuah kolej pendidikan tinggi tempatan menawarkan dua kursus pengajian, Kejuruteraan dan Pengurusan Hotel untuk pelajar lepasan SPM. Bilangan pelajar yang mendaftar untuk kursus Kejuruteraan ialah  $x$  orang dan bilangan pelajar yang mendaftar untuk kursus Pengurusan Hotel ialah  $y$  orang. Yuran bagi seorang pelajar kursus Kejuruteraan ialah RM800 dan kursus Pengurusan Hotel ialah RM320. Pengambilan pelajar adalah berdasarkan kekangan berikut:

*A local higher education college offers two courses, Engineering and Hotel Management for SPM school leavers. The number of students enrolled in the Engineering course is  $x$  and the number of students for the Hotel Management course is  $y$ . The fee of a student for the Engineering course is RM800 and the Hotel Management course is RM320. The enrolment of the students is based on the following constraints:*

- I Jumlah pelajar yang diambil tidak melebihi 180 orang.

*The total number of students enrolled is not more than 180.*

- II Bilangan pelajar untuk kursus Pengurusan Hotel mesti sekurang-kurangnya 50% daripada bilangan pelajar untuk kursus Kejuruteraan.

*The number of students enrolled in the Hotel Management course must be at least 50% of the number of students for the Engineering course.*

- III Jumlah yuran yang dikutip mesti tidak kurang daripada RM32 000.

*The total fee collected must not be less than RM32 000.*

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain daripada  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , yang memenuhi semua kekangan di atas.

*Write three inequalities, other than  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , which satisfy all the above constraints*

- (b) Dengan menggunakan skala 2cm kepada 20 orang pelajar pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau  $R$  yang memenuhi semua kekangan di atas.  
*Using a scale of 2cm to 20 students on both axes, construct and shade the region  $R$  which satisfies all the above constraints.*
- (c) Dengan menggunakan graf yang dibina di (b), cari  
*Using the graph constructed in 1(b), find*
- (i) Bilangan minimum pelajar untuk kursus Pengurusan Hotel jika bilangan pelajar untuk kursus Kejuruteraan ialah 80 orang.  
*The minimum number of students for the Hotel Management course if the number of students for the Engineering course is 80.*
- (ii) Jumlah yuran maksimum yang boleh dikutip oleh kolej itu.  
*The maximum total fee that can be collected by the college.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**

Mewakilkkan model secara grafik dan mencari bilangan minimum dan jumlah maksimum daripada graf dilukis

**KONTEKS :**  
Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

8. Sebuah kilang menghasilkan  $x$  kereta permainan model  $A$  dan  $y$  kereta permainan model  $B$  sebulan. Keuntungan satu kereta permainan model  $A$  ialah RM15 dan keuntungan satu kereta permainan model  $B$  ialah RM12. Penghasilan sebulan dua model kereta permainan ini adalah berdasarkan kepada kekangan berikut:  
*A factory produced  $x$  game car of model  $A$  and  $y$  game car of model  $B$  per month. The profit for a game car of model  $A$  is RM 15 and the profit for a game car of model  $B$  is RM 12. The production of these two models per month is based on the following constraints:-*
- I Jumlah bilangan kereta permainan yang dihasilkan tidak lebih daripada 500.  
*The total number of game car produced is not more than 500.*
- II Bilangan kereta permainan model  $A$  yang dihasilkan selebih-lebihnya tiga kali bilangan kereta permainan model  $B$ .  
*The number of game car of model  $A$  produced is at most three times the number of game car of model  $B$ .*
- III Jumlah keuntungan minimum sebulan bagi kedua-dua model kereta permainan itu ialah RM4 200.  
*The minimum total profit per month for the game car of both models is RM4200.*

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain daripada  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , yang memenuhi semua kekangan di atas.  
*Write three inequalities, other than  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$ , which satisfy all the above constraints.*
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 50 kereta permainan pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau  $R$  yang memenuhi semua kekangan di atas.  
*Using a scale of 2 cm to 50 game car on both axes, construct and shade the region  $R$  which satisfies all the above constraints.*
- (c) Menggunakan graf yang dibina di 7(b), cari  
*Using the graph constructed in 7(b), find*
- (i) bilangan minimum kereta permainan model  $B$  jika bilangan kereta permainan model  $A$  yang dihasilkan ialah 100 sebulan.  
*the minimum number of game car of model  $B$  if the number of model  $A$  produced is 100 per month.*
- (ii) jumlah keuntungan maksimum sebulan.  
*the maximum total profit per month.*

[10 markah]  
 [10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**  
 Mewakulkan model secara grafik dan mencari bilangan minimum dan jumlah maksimum daripada graf dilukis

**KONTEKS :**  
 Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

9. Sebuah syarikat menawarkan dua kursus komputer, 'Internet for Beginners' dan 'Introduction to Excel', dengan yuran tuisyen bulanan adalah RM120 dan RM80 masing-masing. Bilangan peserta bagi kursus 'Internet for Beginners' adalah  $x$  orang dan bilangan peserta bagi kursus 'Introduction to Excel' ialah  $y$  orang. Pengambilan peserta adalah berdasarkan kekangan berikut :

*A computer company offers two types of computer courses 'Internet for Beginners' and 'Introduction to Excel', with a monthly tuition fee of RM120 and RM80 respectively. The number of participants for course 'Internet for Beginners' is  $x$  and for course 'Introduction to Excel' is  $y$ . The enrolment of the participants is based on the following constraints:*

- I Sekurang-kurangnya 30 peserta mendaftar bagi kursus 'Introduction to Excel'  
*There are at least 30 participants registered for the course 'Introduction to Excel'*
- II Selebih-lebihnya 100 peserta mendaftar bagi kedua-dua kursus.  
*There are at most 100 participants registered for both courses.*



III Bilangan peserta mendaftar bagi ‘Introduction to Excel’ adalah sekurang- kurangnya dua kali bilangan peserta mendaftar bagi ‘Internet for Beginners’  
*The number of participants registered for ‘Introduction to Excel’ is at least two times the number of participants registered for ‘Internet for Beginners’.*

(a) Tuliskan tiga ketaksamaan, selain  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$ , yang memenuhi semua kekangan di atas.

*Write three inequalities, other than  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$ , which satisfy all the above constraints.*

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 orang peserta pada kedua-dua paksi, bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.

*By using a scale of 2 cm to 10 participants on both axes, construct and shade the region R that satisfies all the above constraints.*

(c) Dengan menggunakan graf anda dari (b), carikan

*By using your graph from (b), find*

(i) Julat bilangan peserta bagi kursus ‘Introduction to Excel’ jika bilanganpeserta bagi kursus ‘Internet for Beginners’ ialah 25 orang.

*The range of the number of participants for course ‘Introduction to Excel’ if the number of participants for course ‘Internet for Beginners’ is 25.*

(ii) Jumlah yuran maksimum sebulan yang boleh dikutip oleh syarikat tersebut.

*the maximum total fees per month that can be collected by the company.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**

Mewakilkkan model secara grafik dan mencari julat serta jumlah maksimum daripada graf dilukis

**KONTEKS :**  
Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sukar

10. Sekolah Menengah Kebangsaan Cemerlang menganjurkan satu kem motivasi. Peserta bagi kem motivasi itu terdiri daripada  $x$  orang murid perempuan dan  $y$  orang murid lelaki. Yuran bagi seorang murid perempuan ialah RM100 manakala yuran bagi seorang murid lelaki ialah RM120. Bilangan murid yang menyertai kem tersebut adalah berdasarkan kekangan berikut.

*Cemerlang Secondary School will host a motivational camp. Participants of the camp are made up of  $x$  female pupils and  $y$  male pupils. The fee for a female pupil is RM100 and the fee for a male pupil is RM120. The number of pupils in the camp is based on the following constraints.*

- I Bilangan maksimum murid yang menyertai kem itu ialah 80 orang  
*The maximum number of pupils attending the camp is 80*
- II Nisbah bilangan murid perempuan kepada murid lelaki adalah sekurang-kurangnya 1:3.  
*The ratio of the number of female pupils to male pupils is at least 1:3*
- III Jumlah yuran yang dikutip adalah tidak kurang daripada RM5 000  
*The total fees collected is not less than RM5 000*
- (a) Tuliskan tiga ketaksamaan selain  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$  yang memenuhi semua syarat di atas.  
*Write down three inequalities, other than  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$ , that satisfy all of the above constraints.*
- (b) Gunakan skala 2 cm kepada 10 orang murid pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau  $R$  yang memenuhi semua kekangan di atas.  
*Use a scale of 2 cm to 10 pupils on both axes, construct and shade the region  $R$  that satisfies all the above constraints.*
- (c) Dengan menggunakan graf anda dari (b), carikan  
*By using your graph from (b), find*
- (i) Bilangan minimum murid lelaki jika nisbah bilangan murid perempuan kepada murid lelaki adalah 1:3.  
*The minimum number of male pupils if the ratio of the number of female to male pupils is 1:3*
- (ii) Keuntungan maksimum yang diperoleh jika pihak sekolah memperoleh keuntungan sebanyak 25% daripada jumlah yuran yang dikutip.  
*The maximum profit obtained if the school takes 25% of the total fees collected.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Sosial)

**KONSTRUK :**

Mewakulkan model secara grafik dan mencari nilai minimum berdasarkan nisbah serta keuntungan maksimum daripada peratusan

**KONTEKS :**  
Pengaturcaraan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sukar

# BAB 8

## KINEMATIKA GERAKAN LINEAR KINEMATICS OF LINEAR MOTION

1. Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap  $O$ . Halajunya,  $v \text{ ms}^{-1}$ , diberi oleh  $v = t^2 - 6t + k$ , dengan keadaan  $t$  ialah masa, dalam saat, selepas melalui  $O$ . Halaju awal bagi zarah ialah  $8 \text{ ms}^{-1}$ .

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

*A particle moves along a straight line and passes through a fixed point  $O$ . Its velocity,  $v \text{ ms}^{-1}$ , is given by  $v = t^2 - 6t + k$  such that  $t$  is the time, in seconds, after leaving through  $O$ . Given that the initial velocity of the particle is  $8 \text{ ms}^{-1}$ .*

[Consider the motion to the right as the positive direction.]

Cari

Find

- (a) nilai bagi  $k$ ,  
*the value of  $k$ ,*
- (b) julat bagi nilai  $t$  apabila zarah bergerak ke kiri,  
*the range of values of  $t$  when the particle moves to the left,*
- (c) julat bagi nilai  $t$  apabila pecutan zarah itu menyusut.  
*the range of values of  $t$  when the particle decelerates.*

[7 markah]

[7 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**  
Mentafsir halaju awal dan menghubungkaitkan fungsi halaju dengan pembezaan

**KONTEKS :**  
Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana

2. Pecutan suatu zarah yang bergerak di sepanjang satu garis lurus, pada masa  $t$  saat selepas melalui titik tetap  $O$  diberi oleh  $a = t - 6$ . Diberi halaju awal zarah itu ialah  $5 \text{ m s}^{-1}$ .  
*The acceleration of a particle that moves along a straight line,  $t$  seconds after passing through a fixed point  $O$  is given by  $a = t - 6$ . Given the initial velocity of the particle is  $5 \text{ m s}^{-1}$ .*

Cari,

Find,

- (a) halaju minimum, dalam  $\text{m s}^{-1}$ , zarah itu  
*the minimum velocity, in  $\text{m s}^{-1}$ , of the particle*

- (b) julat nilai  $t$ , dalam saat, apabila zarah itu mengalami nyahpecutan.  
*the range of values of  $t$ , in seconds, when the particle is decelerating.*

[6 markah]  
 [6 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**  
 Mentafsir halaju minimum, nyahpecutan dan menggunakan pengamiran untuk mencari halaju

**KONTEKS :**  
 Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

3. Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap  $O$ . Halaju,  $v$  m s<sup>-1</sup>, diberi oleh  $v = t^2 - 6t + 8$ , dengan keadaan  $t$  ialah masa, dalam saat, selepas melalui  $O$ .

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

*A particle moves along a straight line and passes through a fixed point  $O$ . Its velocity,  $v$  m s<sup>-1</sup>, is given by  $v = t^2 - 6t + 8$ , where  $t$  is the time, in seconds, after passing through  $O$ .*

[Assume motion to the right is positive]

Cari  
 Find

- (a) halaju awal, dalam m s<sup>-1</sup>  
*the initial velocity, in m s<sup>-1</sup>*
- (b) julat nilai  $t$  ketika zarah bergerak ke arah kiri.  
*the range of values of  $t$  during the particle moves to the left.*
- (c) jumlah jarak, dalam  $m$ , yang dilalui oleh zarah dalam 4 saat pertama.  
*the total distance, in  $m$ , travelled by the particle in the first 4 seconds.*

[7 markah]  
 [7 marks]

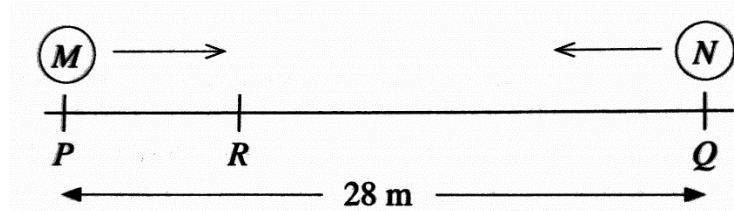
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**  
 Mentafsir halaju awal dan menggunakan pengamiran untuk mencari jarak

**KONTEKS :**  
 Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
 Sederhana

4. Rajah 4 di bawah menunjukkan kedudukan dan jarak gerakan dua zarah  $M$  and  $N$  yang masing-masing bergerak pada suatu garis lurus selepas melalui dua titik  $P$  dan  $Q$ . Zarah  $M$  melalui titik tetap  $P$  dan zarah  $N$  melalui titik  $Q$  secara serentak. Jarak  $PQ$  ialah 28m. *Diagram 4 below shows the positions and directions of motion of two particles  $M$  and  $N$  moving in a straight line passing through two fixed points  $P$  and  $Q$  respectively. Particle  $M$  passes the fixed point  $P$  and particle  $N$  passes the point  $Q$  simultaneously. The distance of  $PQ$  is 28 m.*



Rajah 4  
Diagram 4

Halaju zarah  $M$ ,  $v_M \text{ m s}^{-1}$  diberi oleh  $v_M = 4 + 3t - t^2$  di mana  $t$  ialah masa dalam saat selepas meninggalkan  $P$ . Zarah  $N$  pula bergerak dalam halaju seragam  $-2 \text{ m s}^{-1}$ . Zarah  $N$  berhenti seketika di titik  $R$ .

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

*The velocity of particle  $M$ ,  $v_M \text{ m s}^{-1}$  is given by  $v_M = 4 + 3t - t^2$  where  $t$  is the time in seconds after leaving  $P$  while  $N$  travels with a constant velocity  $-2 \text{ m s}^{-1}$ . Particle  $M$  stops instantaneously at point  $R$ .*

[Assume motion to the right is positive]

Cari  
Find

- (a) jarak dalam m,  $R$  dari  $P$ .  
*the distance, in m, of  $R$  from  $P$ .*
- (b) jarak, dalam m, antara  $M$  dan  $N$  apabila  $M$  berada di titik  $R$ .  
*the distance, in m, between  $M$  and  $N$  when  $M$  is at point  $R$ .*

[8 markah]  
[8 marks]

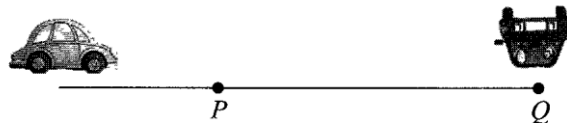
**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**  
Mentafsir  $v_M = 0$  dan halaju seragam untuk cari  $t$  dan mengira jarak melalui pengamiran serta menganalisis jarak antara dua zarah

**KONTEKS :**  
Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

5.



Rajah 5  
Diagram 5

Siti memandu keretanya di sepanjang jalan raya yang lurus. Semasa Siti melalui titik  $P$  dengan halaju  $9 \text{ m s}^{-1}$ , dia mendapati terdapat suatu kemalangan jalan raya pada titik  $Q$  di hadapannya. Dia menekan pedal brek dan keretanya bergerak dengan pecutan,  $a \text{ m s}^{-2}$  sebagai  $a = \frac{2}{3}t - 6$ , dengan keadaan  $t$  ialah masa, dalam saat, selepas melalui titik  $P$ . Keretanya berhenti di kawasan kemalangan pada titik  $Q$  seperti ditunjukkan dalam Rajah 5.

*Siti is driving her car on a straight road. As she passes a point  $P$  on the road with speed of  $9 \text{ m s}^{-1}$ , she notices an accident ahead at a point  $Q$ . She immediately applies the brakes and the car moves with an acceleration of,  $a \text{ m s}^{-2}$  is given by  $a = \frac{2}{3}t - 6$  and  $t$  is the time after passing point  $P$ . The car stops at the accident area at point  $Q$  as shown in Diagram 5.*

Cari

Find

- (a) masa, dalam saat, ketika pecutannya sifar  
*the time, in second, when its acceleration is zero*
- (b) masa, dalam saat, bagi kereta itu pada titik  $Q$   
*the time, in second, of the car at point  $Q$*
- (c) jarak, dalam m, dan titik  $P$  ke kawasan kemalangan  
*the distance, in m, from point  $P$  to the accident area.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**

Mentafsir pecutan sifar, menganalisis perkaitan  $v < 0$  dengan masa dan menggunakan pengamiran untuk mencari jarak

**KONTEKS :**

Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

6. Satu zarah bergerak pada satu garis lurus supaya pada masa  $t$  saat selepas melalui satu titik tetap  $O$  dengan halaju  $4 \text{ m s}^{-1}$ , pecutannya,  $a \text{ m s}^{-2}$ , adalah diberi oleh  $a = 2t - 5$ .  
*A particle moves in a straight line such that at  $t$  seconds after passing through a fixed point  $O$  with velocity  $4 \text{ m s}^{-1}$ , its acceleration,  $a \text{ m s}^{-2}$ , is given by  $a = 2t - 5$ .*

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

[Assume the motion to the right is positive]

- (a) Tunjukkan bahawa halaju,  $v \text{ m s}^{-1}$ , pada sebarang ketika  $t$  adalah diberi oleh  $v = t^2 - 5t + 4$ .  
*Show that the velocity,  $v \text{ m s}^{-1}$ , at any time  $t$  is given by  $v = t^2 - 5t + 4$*
- (b) Seterusnya, cari tempoh masa apabila zarah itu bergerak ke arah kiri.  
*Hence, find the time interval when the particle is moving to the left.*
- (c) Lakarkan graf halaju-masa bagi gerakan zarah itu untuk  $0 \leq t \leq 4$ .  
*Sketch the velocity-time graph of the motion of the particle for  $0 \leq t \leq 4$ .*
- (d) Kirakan jumlah jarak yang dilalui oleh zarah itu dalam 4 saat yang pertama selepas zarah itu meninggalkan  $O$ .  
*Calculate the total distance travelled by the particle in the first 4 seconds after leaving  $O$ .*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
 Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**  
 Menggunakan pengamiran untuk mencari jarak dan pembuktian fungsi halaju serta menganalisis pergerakan zarah untuk melakar graf

**KONTEKS :**  
 Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
 Tinggi

7. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus pada masa  $t$  saat selepas melalui satu titik tetap  $O$  dengan halaju,  $6 \text{ cm s}^{-1}$ . Halajunya,  $v \text{ cm s}^{-1}$ , diberi oleh  $v = mt^2 + nt + p$ , dengan keadaan  $m$ ,  $n$  dan  $p$  ialah pemalar. Diberi bahawa zarah itu mencapai halaju maksimumnya dengan  $42 \text{ cm s}^{-1}$  selepas 3 saat.

[Anggap gerakan ke arah kanan sebagai positif]

*A particle moves along a straight line at  $t$  seconds after passing through a fixed point  $O$  with velocity  $6 \text{ cm s}^{-1}$ . Its velocity,  $v \text{ cm s}^{-1}$ , is given by  $v = mt^2 + nt + p$ , where  $m$ ,  $n$  dan  $p$  are constants. It is given that the particle achieves a maximum velocity  $42 \text{ cm s}^{-1}$  after 3 seconds.*

[Assume motion to the right is positive]

- (a) Cari nilai bagi  $m$  dan  $n$ .  
*Find the value of  $m$  and of  $n$ .*
- (b) Tunjukkan bahawa  $t = 3 + \frac{1}{2}\sqrt{42}$  pada ketika zarah itu berhenti seketika.  
*Show that  $t = 3 + \frac{1}{2}\sqrt{42}$  when the particle is momentarily at rest.*
- (c) Hitung jarak yang dilalui zarah itu dalam masa 3 saat yang pertama.  
*Calculate the distance travelled by the particle in the first 3 seconds.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**

Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**

Menggunakan persamaan serentak, formula

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  dan pengamiran untuk mencari jarak

**KONTEKS :**

Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**

Tinggi

8. Rajah 8 menunjukkan seorang budak perempuan berlari dalam suatu garis lurus untuk 25 saat. Halajunya,  $v \text{ ms}^{-1}$ , diberi oleh  $v = \frac{3}{4}t - \frac{3}{100}t^2$  dengan keadaan  $t$  ialah masa, dalam saat, selepas melalui  $O$ .

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]



Rajah 8  
Diagram 8



Diagram 8 shows that a girl runs in a straight line for 25 seconds. Her velocity,  $v \text{ ms}^{-1}$ , is given by  $v = \frac{3}{4}t - \frac{3}{100}t^2$ , where  $t$  is the time in seconds after leaving  $O$ .

[Assume motion to the right as the positive direction]

Cari

Find

- masa, dalam saat, ketika pecutan budak perempuan itu adalah sifar,  
*the time, in second, when the acceleration of the girl is zero.*
- halaju maksimum, dalam  $\text{ms}^{-1}$ , bagi budak perempuan itu,  
*the maximum velocity, in  $\text{ms}^{-1}$ , of the girl,*
- jarak, dalam  $m$ , budak perempuan itu berlari.  
*the distance, in  $m$ , the girl runs.*

[8 markah]

[8 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**

Mentafsir pecutan sifar, menganalisis halaju maksimum dan menggunakan pengamiran untuk mencari jarak

**KONTEKS :**  
Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

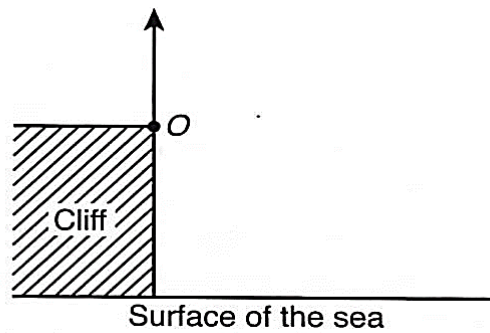


Diagram 9

9. Rajah 9 menunjukkan seketul batu dilontarkan secara menegak ke atas dari kedudukan  $O$  dari suatu tebing pada ketinggian  $q$  meter dari permukaan laut. Diberi bahawa halaju awal batu itu ialah  $10 \text{ ms}^{-1}$  dan ketinggian dari  $O$  selepas dilontar pada  $t$  saat selepas dilontar ialah  $h = kt^2 + pt$ , dimana  $k$  dan  $p$  pemalar. Batu itu mempunyai pecutan malar  $-8 \text{ ms}^{-2}$  semasa pergerakan ke atas.

*Diagram 9 shows that a stone is thrown vertically upwards from position  $O$  from the side of a cliff at a height of  $q$  metre from the surface of the sea. Given that the initial velocity of the stone is  $10 \text{ ms}^{-1}$  and that its height from  $O$  at  $t$  seconds after it is thrown is  $h = kt^2 + pt$ , where  $k$  and  $p$  are constants. The stone has a constant acceleration of  $-8 \text{ ms}^{-2}$  during its upward motion, find*

- (a) nilai  $k$  dan  $p$   
*the values of  $k$  and  $p$*
- (b) masa ketika batu mencapai ketinggian maksimum  
*the time at which the stone attains its maximum height*
- (c) nilai  $q$  jika masa yang diambil oleh batu dari  $O$  ke permukaan laut ialah 4 saat.  
*the value of  $q$  if time taken by the stone to travel from  $O$  to the surface of the sea is 4 seconds.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

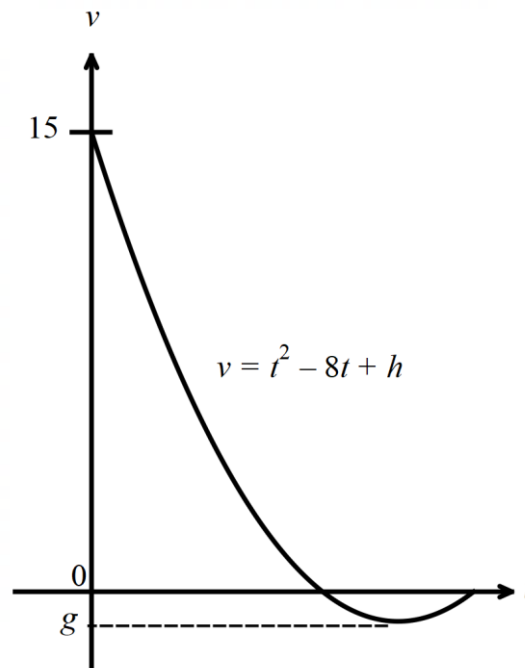
**KONSTRUK :**  
Mentafsir  $h=s$ , menggunakan pembezaan untuk mencari nilai  $p$  dan  $k$ , menganalisis ketinggian maksimum dengan  $v=0$  dan  $h=-q$

**KONTEKS :**  
Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Tinggi

10. Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap  $O$ . Halajunya,  $v \text{ ms}^{-1}$  diberi oleh  $v = t^2 - 8t + h$ , dengan keadaan  $t$  ialah masa, dalam saat, selepas melalui  $O$ . Rajah 3 menunjukkan graf halaju melawan masa bagi pergerakan zarah itu.

*A particle moves along a straight line and passes through a fixed point  $O$ . Its velocity,  $v \text{ ms}^{-1}$ , is given by  $v = t^2 - 8t + h$ , where  $t$  is the time, in seconds, after passing through  $O$ . Diagram 3 shows the velocity-time graph of the motion of the particle.*



Rajah 10  
Diagram 10

Cari

Find

- halaju asal  
*the initial velocity*
- nilai  $g$ . Terangkan maksud nilai  $g$ .  
*the value of  $g$ . Explain the meaning of the value of  $g$ .*
- perbezaan bagi pecutan dalam  $\text{ms}^{-2}$ , bagi zarah itu pada  $t = 4$  dan  $t = 3$ .  
*the difference in acceleration, in  $\text{ms}^{-2}$ , of the particle at  $t = 4$  and  $t = 3$ .*

- (d) Hitung jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam masa 5 saat pertama.

*Calculate the total distance, in m, travelled by the particle in the first 5 seconds.*

[10 markah]

[10 marks]

**BIDANG PEMBELAJARAN :**  
Algebra (Aplikasi Sains Dan Teknologi)

**KONSTRUK :**  
Mentafsir halaju awal, menganalisis laju minimum daripada graf dan menggunakan pengamiran untuk mencari jarak

**KONTEKS :**  
Kinematik Gerakan Linear

**ARAS KESUKARAN :**  
Sederhana