MODUL TOPIKAL
SOALAN PERCUBAAN SPM 2023

TOPIK TINGKATAN 5

BAB 3

PENGAMIRAN
(INTEGRATION)

SUMBER SOALAN:

SOALAN – SOALAN PERCUBAAN
TERENGGANU
NEGERI SEMBILAN
KELANTAN
SABAH
SBP
MELAKA
SELANGOR SET 1
SELANGOR SET 2
PERAK

DISUSUN OLEH:

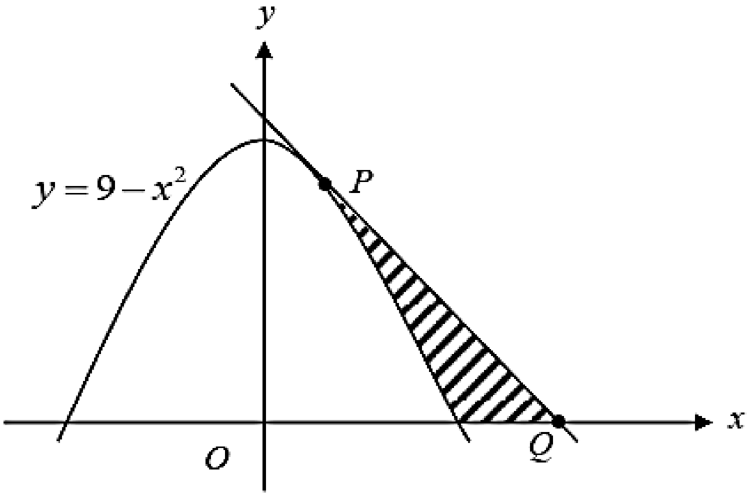
PN. NOORUL HUDA BINTI MOHD HASHIM
(SMK TAMAN TASIK, TAIPING)

PN ZAINAB BINTI ABD RAHMAN
(SMK CONVENT, TAIPING)

SOALAN 1 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI TERENGGANU 2023 (KERTAS 1)

12 Rajah 4 menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = 9 - x^2$. Garis lurus PQ ialah tangen kepada lengkung itu dengan kecerunan -2.

Diagram 4 shows a part of curve $y = 9 - x^2$. *The straight line PQ is a tangent to the curve with the gradient* -2.



Rajah 4
Diagram 4

(*a*) Cari koordinat *P*. [2 *markah*]
Find the coordinates of P. [2 *marks*]

(*b*) Hitung luas rantau berlorek. [4 *markah*]
Calculate the shaded region. [4 *marks*]

(*c*) Apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung dan garis lurus $y = k$ dikisar pada 180° pada paksi-y, isipadu yang dijanakan ialah 16π unit^3. Cari nilai k.
[3 *markah*]
When the region bounded by the curve and the straight line $y = k$, *revolved through* 180° *at the y-axis, the volume generated is* 16π unit^3. *Find the value of* k.
[3 *marks*]

SOALAN 2 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SEMBILAN 2023 (KERTAS 1)

6 (*a*) Diberi $\int_1^m \frac{g(x)}{2}\,dx = n$ dan $\int_1^m [g(x)-x]\,dx = \frac{37}{2}$ dengan keadaan $m > 0$.

Ungkapkan m dalam sebutan n.

[3 *markah*]

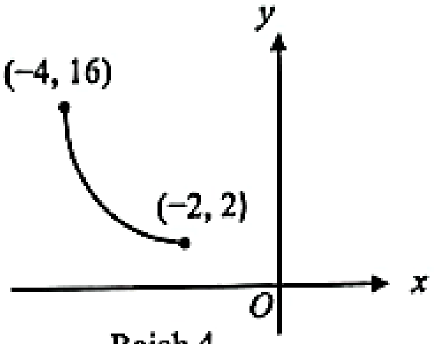
Given $\int_1^m \frac{g(x)}{2}\,dx = n$ *and* $\int_1^m [g(x)-x]\,dx = \frac{37}{2}$ *such that* $m > 0$.

Express m in terms of n.

[3 *marks*]

(*b*) Rajah 4 menunjukkan sebahagian daripada suatu graf lengkung, $y = f(x)$.

Diagram 4 shows part of a curve graph, $y = f(x)$.



Rajah 4
Diagram 4

(i) Cari nilai bagi $\int_{-4}^{-2} y\,dx + \left|\int_{2}^{16} x\,dy\right|$.

Find the value of $\int_{-4}^{-2} y\,dx + \left|\int_{2}^{16} x\,dy\right|$.

(ii) Diberi fungsi kecerunan bagi lengkung tersebut ialah $4x+5$. Cari $f(x)$.

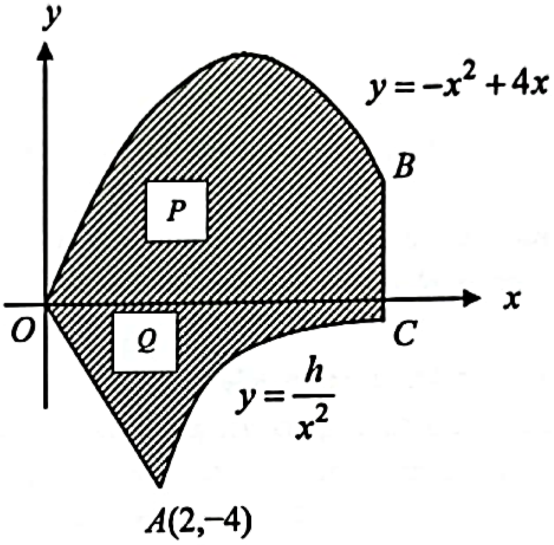
Given the gradient function of the curve is $4x+5$. *Find* $f(x)$.

[5 *markah*]
[5 *marks*]

SOALAN 3 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SEMBILAN 2023 (KERTAS 2)

10 Rajah 5 menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y=\frac{h}{x^2}$ dan $y=-x^2+4x$. Diberi OA dan BC adalah garis lurus di mana BC selari dengan paksi-y.

Diagram 5 shows a part of the curve $y=\frac{h}{x^2}$ and $y=-x^2+4x$. Given OA and BC are straight lines where BC is parallel to the y-axis.



Rajah 5
Diagram 5

Cari
Find

(*a*) nilai *h*, [1 *markah*]
the value of h, [1 *mark*]

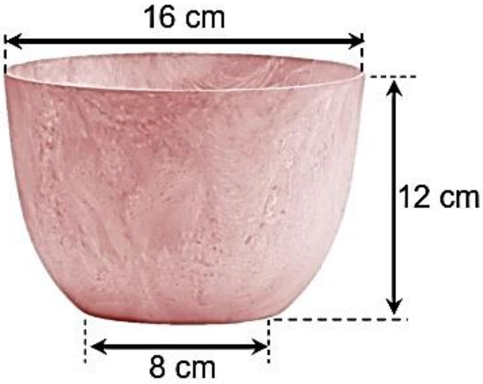
(*b*) persamaan garis lurus *BC* jika luas rantau *Q* ialah $\frac{20}{3}$ unit². Seterusnya, cari luas rantau berlorek bagi keseluruhan rajah. [6 *markah*]
the equation of the straight line BC if the area of the region Q is $\frac{20}{3}$ unit². *Hence, find the area of the shaded region for the whole diagram.* [6 *marks*]

(*c*) isi padu janaan, dalam sebutan π, apabila rantau kawasan *P* dikisarkan melalui 360° pada paksi-*x*. [3 *marks*]
the volume generated, in terms of π, *when the region P is revolved through* 360° *about the x-axis.* [3 *marks*]

SOALAN 4 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI KELANTAN 2023 (KERTAS 1)

8. Rajah 3 menunjukkan sebuah pasu bunga di mana permukaan sisi dalaman pasu itu boleh diwakili oleh persamaan $y = ax^2$.

Diagram 3 shows a flower vase where the interior side surface of the vase can be represented by an equation $y = ax^2$.



Rajah 3
Diagram 3

Dengan menggunakan ukuran yang diberi, cari isipadu pasu bunga itu dalam cm^3. Tunjukkan jawapan dalam sebutan π.

[5 *markah*]

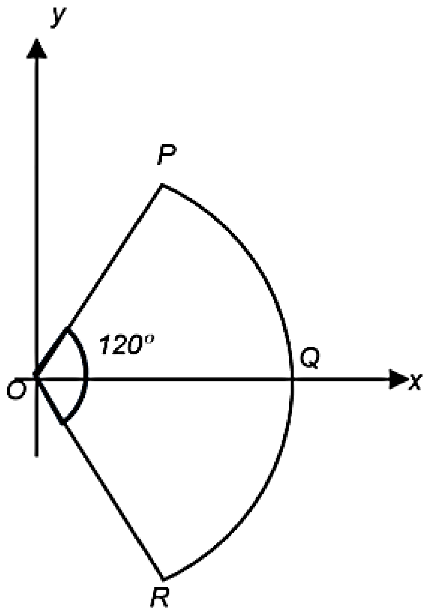
Using the measurements given, find the volume, in cm^3 *of the flower vase. Show the answer in term of* π.

[5 *marks*]

SOALAN 5 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI KELANTAN 2023 (KERTAS 2)

11 (a) Rajah 7 menunjukkan bahawa lengkok OPQR ialah sebahagian daripada graf $x^2 + y^2 = 16$ yang simetri pada paksi-x. Diberi bahawa OPQR ialah sektor bulatan berpusat di O dan $\angle POR = 120^0$.

Diagram 7 shows that OPQR *arc is a part of a graph* $x^2 + y^2 = 16$ *which is symmetrical at the x-axis. It is given that* OPQR *is a sector of a circle with centre* O *and* $\angle POR = 120^0$.



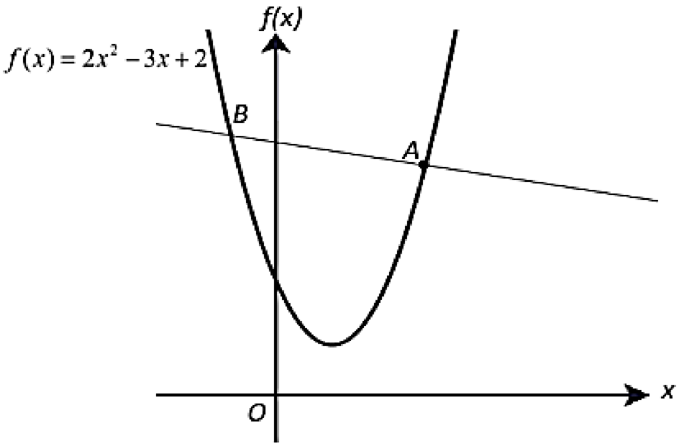
Rajah 7
Diagram 7

Cari isipadu janaan, dalam sebutan π apabila sektor OPQR diputarkan melalui 180° pada paksi-x. [6 *markah*]

Find the volume generated, in terms of π *when the sector* OPQR *is rotated through* 180° *on the x-axis.* [6 *marks*]

(b) Rajah 8 menunjukkan satu lengkung $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ dan garis lurus *AB* adalah normal kepada lengkung itu pada titik *A*.

Diagram 8 *shows a curve* $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ *and straight lines* AB *which is normal to the curve at point* A.



Rajah 8
Diagram 8

Garis lurus AB adalah selari dengan garis lurus $5y=10-x$. Cari persamaan tangen kepada lengkung itu pada titik A. [4 *markah*]

The straight lines AB is parallel to the straight line $5y=10-x$. Find the equation of the tangent to the curve at point A. [4 *marks*]

SOALAN 6 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SABAH 2023 (KERTAS 1)

4. Suatu lengkung mempunyai fungsi kecerunan $4x^3 - px$, dengan keadaan p ialah pemalar. Tangen kepada lengkung pada titik (2, 5) berserenjang dengan garis lurus $x + 8y = 1$. Carikan

A curve has a gradient function of $4x^3 - px$, *where* p *is a constant. The tangent to the curve at point* (2, 5) *is perpendicular to the line* $x + 8y = 1$. *Find*

a) nilai p, / *the value of* p,

[3 markah/*marks*]

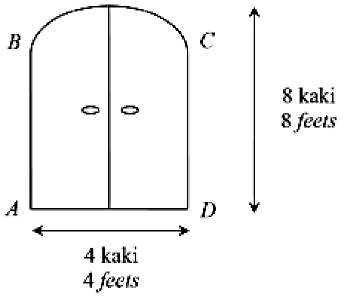
b) persamaan lengkung itu. / *the equation of the curve.*

[3 markah/*marks*]

SOALAN 7 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SABAH 2023 (KERTAS 2)

10. a) Walter ingin membuat pintu dengan bahagian atasnya berbentuk parabola seperti yang ditunjukkan dalam rajah.

Walter wanted to make a door with a parabolic top as shown in the diagram.



Diberi bahawa fungsi kecerunan lengkung *BC* ialah $px + 2$, dengan keadaan p ialah pemalar. (Anggapkan titik *A* sebagai asalan)

Given that the gradient function of the curve BC is $px + 2$, *where* p *is a constant.*

(Assume point A as origin)

(i) Cari persamaan lengkung *BC* dalam bentuk $y = ax^2 + bx + c$, dengan keadaan *a*, *b* dan *c* ialah pemalar.

Find the equation of the curve BC in the form $y = ax^2 + bx + c$, *where a, b and c are constants.*

[3 markah/*marks*]

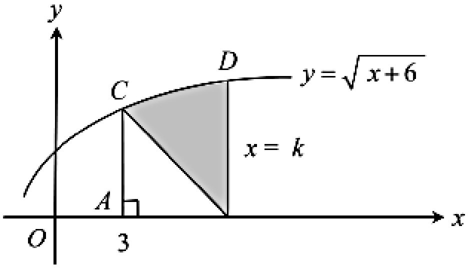
(ii) Hitung kos untuk membuat pintu itu jika harganya RM30 setiap kaki persegi.

Calculate the cost to make the door if the price is RM30 *per square feet.*

[3 markah/*marks*]

b) Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = \sqrt{x+6}$, garis lurus $x = k$ dan garis lurus *AC*.

The diagram shows part of a curve $y = \sqrt{x+6}$, *the straight line* $x = k$, *and the straight line AC.*



Apabila kawasan berlorek dikisarkan 360° pada paksi-*x*, isi padu yang dijanakan ialah $42\frac{1}{2}\pi$ unit³. Cari nilai *k*.

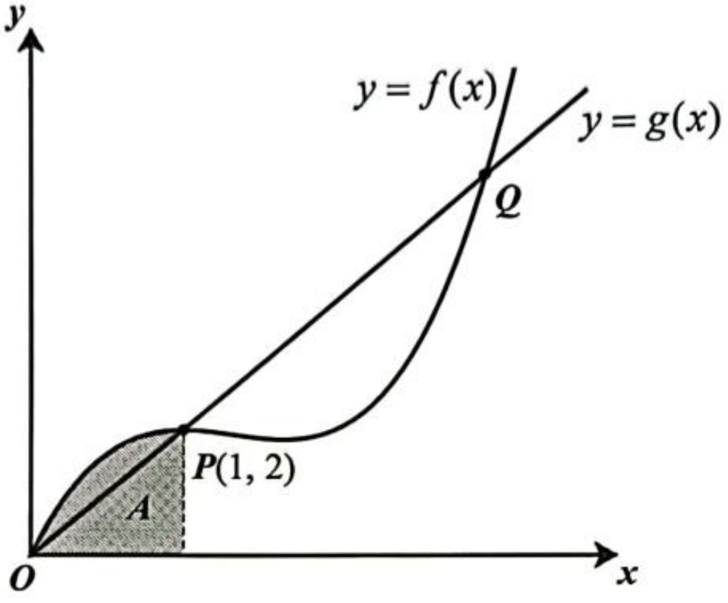
When the shaded region is revolved 360° *about the x-axis, the volume generated is* $42\frac{1}{2}\pi$ unit³.

Find the value of k.

[4 markah/*marks*]

SOALAN 8 : SOALAN PERCUBAAN SPM SBP 2023 (KERTAS 1)

10 Rajah 3 menunjukkan sebuah lengkung $y = f(x)$ dan garis lurus $y = g(x)$.
Diagram 3 shows the curve $y = f(x)$ *and the straight line* $y = g(x)$.



Rajah 3
Diagram 3

Lengkung $y = f(x)$ dan garis lurus $y = g(x)$ bersilang di titik-titik O, P dan Q.

Diberi luas kawasan berlorek A ialah $1\frac{5}{12}$ unit^2.

The curve $y = f(x)$ *and the straight line* $y = g(x)$ *intersects at points O, P and Q.*

Given the area of the shaded region A is $1\frac{5}{12}$ unit^2.

(*a*) Cari nilai bagi
Find the value of

(i) $\int_1^0 f(x)dx$,

(ii) k jika $\int_0^1 [3f(x) - k]dx = 12$.

[5 *markah*]
[5 *marks*]

(*b*) Diberi kawasan berlorek *A* diwakili oleh $\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right]_0^1$.

Cari persamaan bagi $f(x)$.

Given the area of the shaded region A is represented by $\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right]_0^1$.

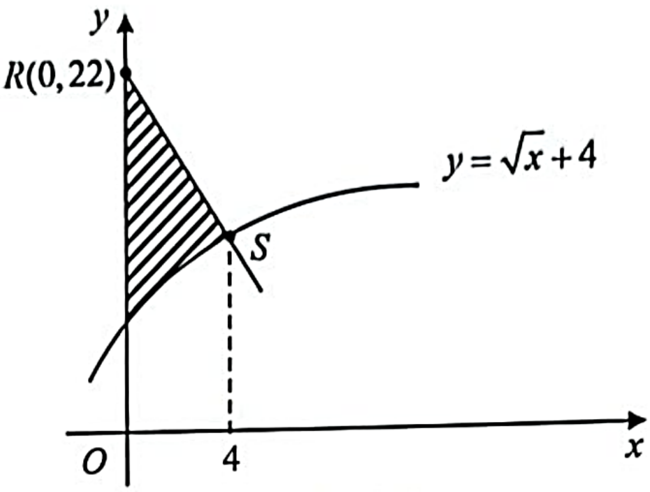
Find the equation of $f(x)$.

[1 *markah*]
[1 *mark*]

SOALAN 9 : SOALAN PERCUBAAN SPM SBP 2023 (KERTAS 2)

7 Rajah 4 menunjukkan sebahagian lengkung $y = \sqrt{x} + 4$.

Diagram 4 shows part of a curve $y = \sqrt{x} + 4$.



Rajah 4

Diagram 4

(*a*) Cari luas kawasan berlorek.

Find the area of the shaded region.

[4 *markah*]

[4 *marks*]

(*b*) Kirakan isipadu janaan, dalam sebutan π, apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung, garis lurus $y = 6$ dan paksi-*y* dikisarkan melalui 360° pada paksi-*y*.

Calculate the volume of revolution, in terms of π, *when the region bounded by the curve, the straight line* $y = 6$ *and the y-axis is rotated* 360° *about the y-axis.*

[3 *markah*]

[3 *marks*]

SOALAN 10 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI MELAKA 2023 (KERTAS 1)

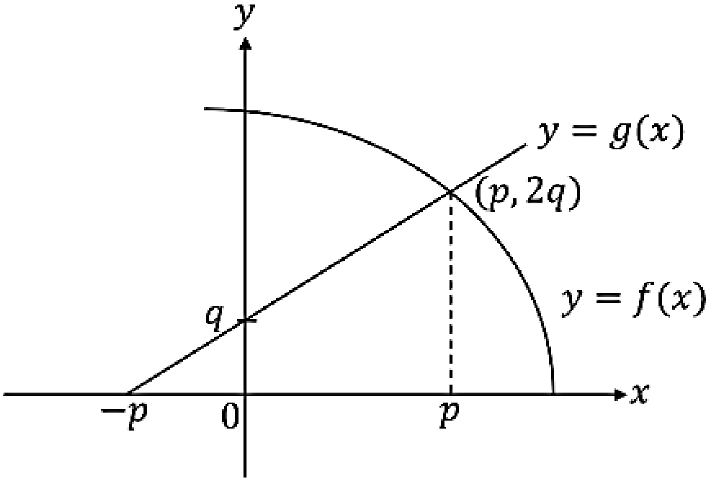
7. (a) Diberi $\int_{-3}^{5} f(x)\,dx = 7$, cari $\int_{-3}^{5}[2f(x) - 3x]dx$.

Given that $\int_{-3}^{5} f(x)\,dx = 7$, *find* $\int_{-3}^{5}[2f(x) - 3x]dx$.

[3 *markah*]
[3 *marks*]

(b) Rajah 6 menunjukkan graf bagi suatu lengkung $y = f(x)$ dan garis lurus $y = g(x)$.

Diagram 6 shows a graph for a curve $y = f(x)$ *and a straight line* $y = g(x)$.



Rajah 6
Diagram 6

Diberi $\int_{0}^{p} f(x)\,dx - \int_{0}^{p} g(x)\,dx = 10$.

Given that $\int_{0}^{p} f(x)\,dx - \int_{0}^{p} g(x)\,dx = 10$.

(i) Pada Rajah 6, lorekkan rantau yang diwakili oleh $\int_{0}^{p} f(x)\,dx - \int_{0}^{p} g(x)\,dx$.

On Diagram 6, shade the region represented by $\int_{0}^{p} f(x)\,dx - \int_{0}^{p} g(x)\,dx$.

[1 *markah*]
[1 *mark*]

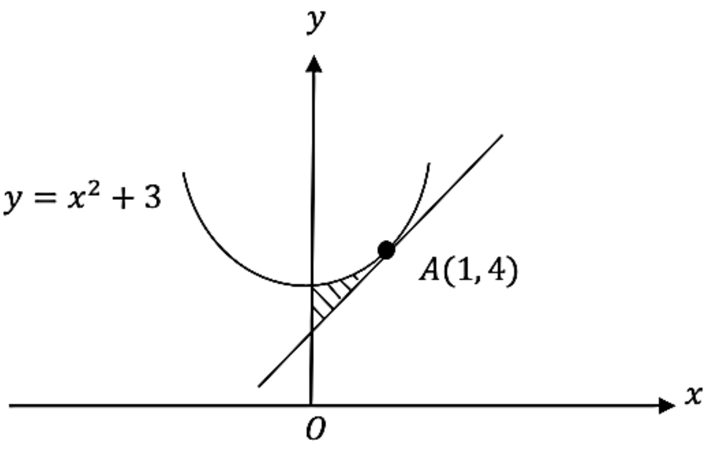
(ii) Cari $\int_{0}^{p} f(x)\,dx$ dalam sebutan p dan q.

Find $\int_{0}^{p} f(x)\,dx$ *in terms of* p *and* q.

[2 *markah*]
[2 *marks*]

SOALAN 11 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI MELAKA 2023 (KERTAS 2)

10 Rajah 5 menunjukkan lengkung $y = x^2 + 3$ dan tangen pada lengkung pada titik $A(1,4)$.
Diagram 5 shows the curve $y = x^2 + 3$ *and the tangent to the curve at the point* $A(1,4)$.



Rajah 5 / *Diagram* 5

Cari
Find

(a) persamaan tangen pada titik A,
the equation of the tangent at point A,

[3 markah/*marks*]

(b) luas kawasan rantau yang berlorek,
the area of the shaded region,

[4 markah/*marks*]

(c) isi padu janaan, dalam sebutan π, apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung, paksi-y dan garis lurus $y = 5$ dikisarkan melalui 180° pada paksi-y.
the volume of generated, in terms of π , *when the region bounded by the curve, the y - axis and the straight line* $y = 5$ *is rotated through* 180° *about the y-axis.*

[3 markah/*marks*]

Jawapan / *Answer*:

SOALAN 12 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SELANGOR SET 1 2023 (KERTAS 1)

9 (*a*) Diberi bahawa $\frac{d}{dx}\left(\frac{3x+2}{4x-1}\right) = \frac{p}{(4x-1)^2}$, cari nilai bagi p.

It is given that $\frac{d}{dx}\left(\frac{3x+2}{4x-1}\right) = \frac{p}{(4x-1)^2}$ *, find the value of* p.

[2 markah]
[2 *marks*]

(*b*) Diberi bahawa $\int_1^3 h(x)dx = k$, dengan keadaan k ialah pemalar.

It is given that $\int_1^3 h(x)dx = k$, *such that* k *is a constant.*

Cari

Find

(i) $\int_3^1 \frac{h(x)}{5}\, dx$, dalam sebutan k,

$\int_3^1 \frac{h(x)}{5}\, dx$, *in terms of* k,

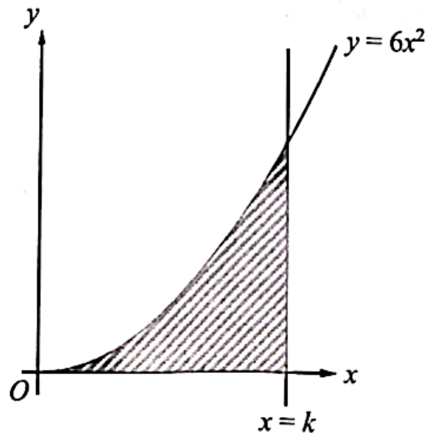
(ii) nilai bagi k sekiranya $\int_1^3 [h(x) - kx]\, dx = 3$.

the value of k *if* $\int_1^3 [h(x) - kx]\, dx = 3$.

[3 markah]
[3 *marks*]

(*c*) Rajah 9 menunjukkan lengkung $y = 6x^2$ dan garis lurus $x = k$.

Diagram 9 shows the curve $y = 6x^2$ *and the straight line* $x = k$.



Rajah 9
Diagram 9

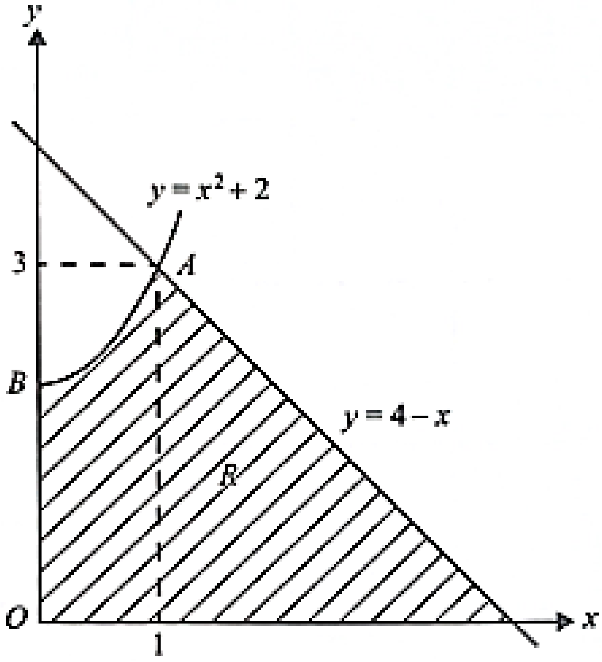
Luas kawasan berlorek ialah 54 unit². Cari nilai k.

The area of shaded region is 54 unit². *Find the value of* k.

[3 markah]
[3 *marks*]

SOALAN 13 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SELANGOR SET 1 2023 (KERTAS 2)

11 Rajah 11 menunjukkan lengkung $y = x^2 + 2$ bersilang dengan garis lurus $y = 4 - x$ pada titik $A(1, 3)$ dan paksi–y pada titik B.
Diagram 11 shows the curve $y = x^2 + 2$ intersects the straight line $y = 4 - x$ at point $A(1, 3)$ and the y–axis at point B.



Rajah 11
Diagram 11

Cari
Find

(*a*) luas rantau berlorek R,
the area of the shaded region R,

[6 markah]
[6 *marks*]

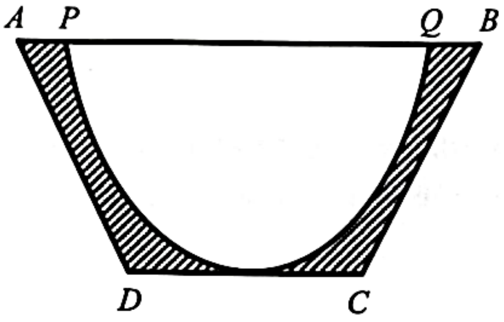
(*b*) isi padu yang dijanakan, dalam sebutan π, apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung $y = x^2 + 2$, garis lurus $y = 3$ dan paksi–y dikisarkan melalui 360° pada paksi–y.
the volume generated, in terms of π, when the region bounded by the curve $y = x^2 + 2$, the straight line $y = 3$ and the y–axis is revolved through 360° about the y–axis.

[4 markah]
[4 *marks*]

SOALAN 14 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SELANGOR SET 2 2023 (KERTAS 1)

10 Rajah 10 menunjukkan keratan rentas bagi satu bekas berbentuk trapezium yang mempunyai permukaan dalaman berbentuk parabola dan penutup yang rata. Permukaan dalam bekas itu diwakili oleh fungsi $y = ax^2$. Diberi bahawa panjang AB dan CD masing-masing ialah 12 cm dan 8 cm, $AP = QB = 1$ cm dan tinggi bekas itu ialah 8 cm.

Diagram 10 *shows a cross-sectional of a trapezium shaped container which has a parabolic inner surface and a flat cover. The inner surface of the container represented by the function* $y = ax^2$. *It is given that the length of AB and CD are* 12 cm *and* 8 cm *respectively*, $AP = QB = 1$ cm *and the height of the container is* 8 cm.



Rajah 10
Diagram 10

Cari
Find

(*a*) nilai *a*,
the value of a,

[2 markah]
[2 *marks*]

(*b*) luas, dalam cm^2, bagi rantau berlorek,
the area, in cm^2, *of the shaded region*,

[4 markah]
[4 *marks*]

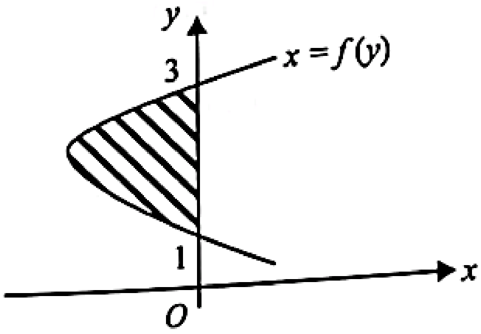
(*c*) isi padu maksimum beras itu, dalam sebutan π, yang boleh disimpan dalam bekas tersebut jika penutup bekas itu ditutup rapat.

the maximum volume of the rice, in term of π, *that can be stored in the container if the cover of the container is tightly closed.*

[2 markah]
[2 *marks*]

SOALAN 15: SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI SELANGOR SET 2 2023 (KERTAS 2)

2 (*a*) Rajah 2 menunjukkan sebahagian daripada lengkung $x = f(y)$.
Diagram 2 shows part of the curve $x = f(y)$.



Rajah 2
Diagram 2

Diberi bahawa luas rantau berlorek adalah 5 unit². Cari nilai bagi $\int_3^1 2f(y)\,dy$.
Given that the area of the shaded region is 5 unit². *Find the value of* $\int_3^1 2f(y)\,dy$.

[2 markah]
[2 *marks*]

(*b*) Fungsi kecerunan suatu lengkung ialah $px^2 - 2x$ dengan keadaan p ialah pemalar. Diberi bahawa lengkung itu melalui titik $S(1, 6)$ dan $T(-2, -15)$. Cari persamaan lengkung itu.
The gradient function of a curve is $px^2 - 2x$, *where* p *is a constant. Given that the curve passes through points* $S(1, 6)$ *and* $T(-2, -15)$. *Find the equation of the curve.*

[5 markah]
[5 *marks*]

Jawapan / *Answer* :

SOALAN 16 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI PERAK 2023 (KERTAS 1)

5 Jadual berikut menunjukkan senarai fungsi $\frac{m}{x^n}$ dan kamiran tak tentu masing-masing dengan keadaan m ialah pemalar dan n= 2,3,4,5…

The following table shows a list of the functions $\frac{m}{x^n}$ *and their respective indefinite integrals where m is a contant and n= 2,3,4,5…*

$\int \frac{m}{x^n}\,dx$	y	y
$\int \frac{m}{x^2}\,dx$	$-\frac{m}{x}+c$	$-\frac{m}{(2-1)x^{2-1}}+c$
$\int \frac{m}{x^3}\,dx$	$-\frac{m}{2x^2}+c$	$-\frac{m}{(3-1)x^{3-1}}+c$
$\int \frac{m}{x^4}\,dx$	$-\frac{m}{3x^3}+c$	
$\int \frac{m}{x^5}\,dx$	$-\frac{m}{4x^4}+c$	

Jadual 2
Table 2

Merujuk kepada corak yang ditunjukkan dalam jadual,
Refer to the pattern shown in the table,

(a) (i) lengkapkan jadual tersebut.
complete the table.

[2 markah]
[2 *marks*]

(ii) deduksikan rumus kamiran tak tentu bagi fungsi $\frac{m}{x^n}$ secara induktif.
deduce the formula of the intdefinite integral of the function $\frac{m}{x^n}$ *by induction.*

[1 markah]
[1 *mark*]

(b) Seterusnya, cari $\int \frac{2}{x^2}\,dx$.

[3 markah]
[3 *marks*]

SOALAN 17 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI PERAK 2023 (KERTAS 1)

12 Koordinat titik-titik A dan B adalah (h, 0) dan (h, R) manakala O adalah titik asalan. Segitiga OAB dikisarkan 4 sudut tegak pada paksi-x. Tunjukkan dengan pengamiran bahawa isipadu untuk kon tegak membulat yang terhasil adalah $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. Diberi bahawa h = R. Cari nilai R jika isipadu untuk kon tersebut adalah 9π .

Points A and B have coordinates (h, 0) and (h, R) while O is the origin. The triangular region OAB is rotated through four right angles about the x-axis. Show by integration that the volume of the right circular cone formed is $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. Given that h = R. Find the value of R if the volume of the circular cone is 9π

[5 markah]
[5 *marks*]

SOALAN 18 : SOALAN PERCUBAAN SPM NEGERI PERAK 2023 (KERTAS 2)

2 Tekanan, P, di dalam satu bola dengan isipadu V adalah berhubung dengan persamaan $\frac{dP}{dV} = 3(V^2 - 4V^5)$. Bila isipadu bola adalah 1m^3, tekanan bola tersebut adalah 8 N/m^2.
Cari tekanan bola bila isipadu bola adalah 0.2m^3.

The pressure, P, in a ball of volume V is related by the equation $\frac{dP}{dV} = 3(V^2 - 4V^5)$.

When the volume of the ball is 1m^3, the pressure is 8 N/m^2.
Find the pressure in the ball when its volume is 0.2m^3

[6 markah]
[6 *marks*]