

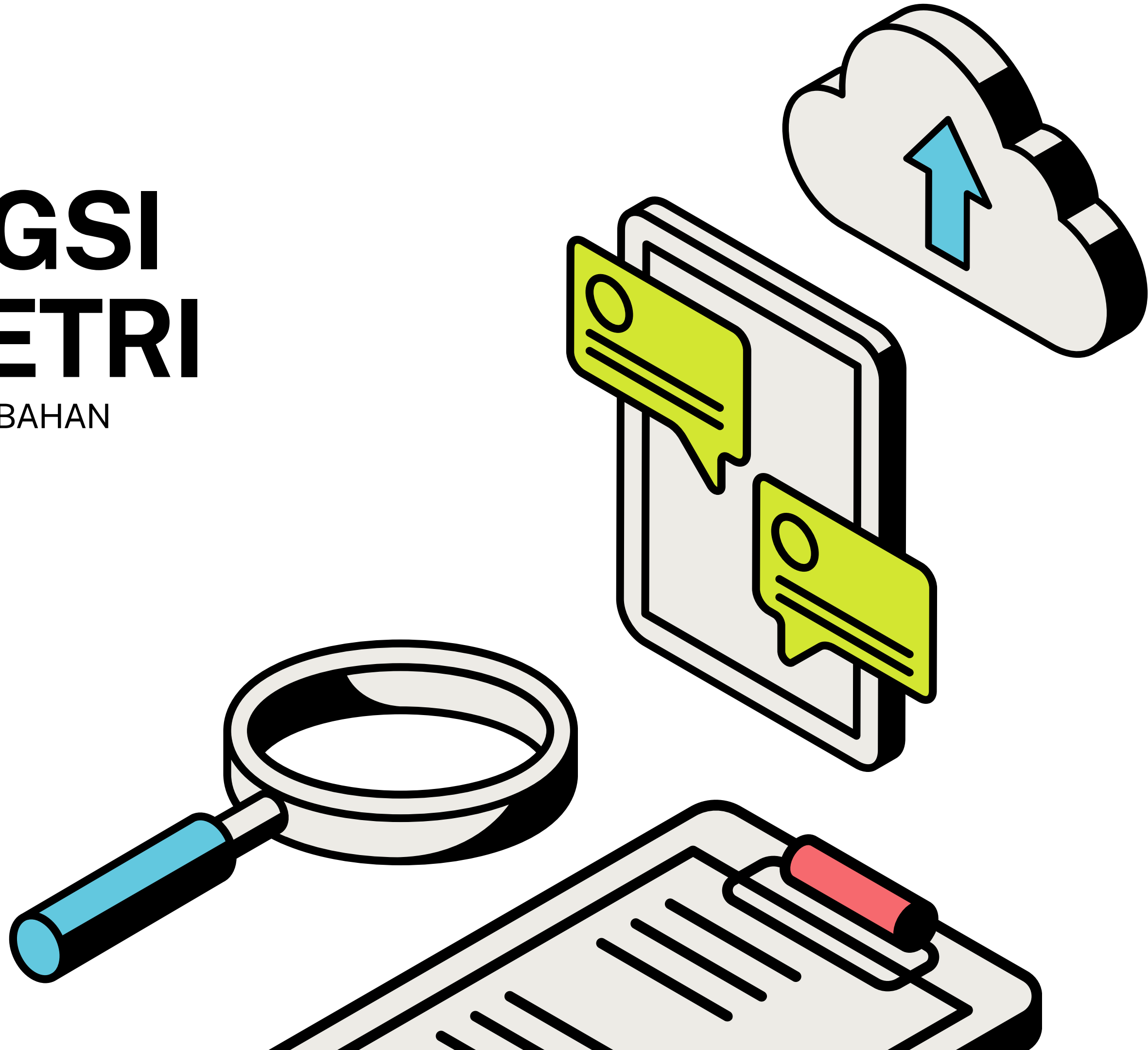
# TINGKATAN 5

# BAB 6 : FUNGSI

# TRIGONOMETRI

KOMPILASI SOALAN MATEMATIK TAMBAHAN  
PERCUBAAN SPM 2023

JOIN TELEGRAM UNTUK INFO LANJUT :  
KLIK SINI <https://t.me/cikgufarhanmath>



**KELANTAN (K1)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

3. (a) Diberi bahawa  $\sec \theta = \frac{1}{h}$  dengan keadaan  $\theta$  ialah sudut tirus. Cari  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ .

[3 markah]

Given  $\sec \theta = \frac{1}{h}$  where  $\theta$  is an acute angle. Find  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ .

[3 marks]

- (b) Selesaikan persamaan  $3 + 4\cos 2x = -\sin x$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

[3 markah]

Solve the equation  $3 + 4\cos 2x = -\sin x$  for  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

[3 marks]

**MELAKA (K1)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

13. (a) Lakar graf  $y = -3\cos 2x$  untuk  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ . [3 markah]

*Sketch the graph of graf  $y = -3\cos 2x$  for  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ . [3 marks]*

(b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan  $\frac{\pi}{x} + 6\cos 2x = 0$  untuk  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ . Nyatakan bilangan penyelesaiannya.

[3 markah]

*Hence, using the same axes, sketch a suitable graph to find the number of solutions for the equation  $\frac{\pi}{x} + 6\cos 2x = 0$  for  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ . State the number of solutions.*

[3 marks]

(c) Dua penyelesaian diperoleh jika  $y = \frac{3p}{2}$  dilakarkan pada paksi-paksi yang sama di 13(b), dengan keadaan  $p$  ialah pemalar. Cari nilai-nilai  $p$ .

[2 markah]

*There are two solutions obtained if  $y = \frac{3p}{2}$  is sketched at the same axes in 13(b), such that  $p$  is a constant. Find the values of  $p$ .*

[2 marks]

**N9 (K1)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

15 (a) Jika  $\tan(A+B) = -3$  dan  $\tan A = 2$ . Cari nilai  $\tan B$ . [2 markah]

*If  $\tan(A+B) = -3$  and  $\tan A = 2$ , find the value of  $\tan B$ .* [2 marks]

(b) Selesaikan persamaan  $\sin^2 x = 1 - \cos x + 4 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$  bagi  $0 \leq x \leq 2\pi$ . [3 markah]

*Solve the equation  $\sin^2 x = 1 - \cos x + 4 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .* [3 marks]

(c) Diberi  $\sin \theta = 4k$ , dengan keadaan  $k$  ialah pemalar dan  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ .

Cari  $\cos^2 \frac{1}{2}\theta$  dalam sebutan  $k$ . [3 markah]

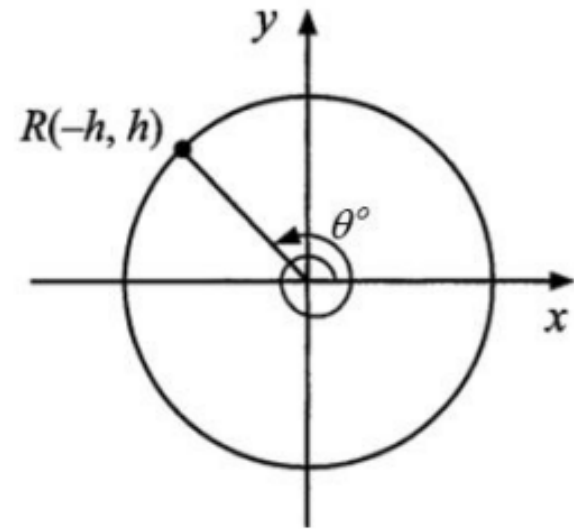
*Given that  $\sin \theta = 4k$ , such that  $k$  is a constant and  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ .*

*Find  $\cos^2 \frac{1}{2}\theta$  in terms of  $k$ .* [3 marks]

## PAHANG (K1)

## FUNGSI TRIGONOMETRI

- 15 (a) Rajah 8 menunjukkan titik  $R$  terletak pada lilitan sebuah bulatan unit.  
Diagram 8 shows a point  $R$  lies on the circumference of a unit circle.



Rajah 8  
Diagram 8

- (i) Nyatakan nilai  $\theta$ .  
State the value of  $\theta$ .
- (ii) Ungkapkan 2 kosek  $(-\theta)$  dalam sebutan  $h$ .  
Express  $2 \operatorname{cosec}(-\theta)$  in terms of  $h$ .

[3 markah]  
[3 marks]

- (b) Diberi bahawa  $\tan A = \frac{3}{4}$  dan  $\tan B = -\frac{7}{24}$ , dengan keadaan  $A$  ialah sudut tirus dan  $B$  ialah sudut refleks. Cari

It is given that  $\tan A = \frac{3}{4}$  and  $\tan B = -\frac{7}{24}$ , such that  $A$  is an acute angle and

$B$  is a reflex angle. Find

- (i)  $\sin(A + B)$ ,
- (ii)  $\tan(A - B)$ .

[5 markah]  
[5 marks]

**PERLIS (K1)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

10 Diberi bahawa  $\cos x \cos y = \frac{1}{4}$  dan  $\sin x \sin y = \frac{3}{8}$ . Cari nilai bagi,

*Given that  $\cos x \cos y = \frac{1}{4}$  and  $\sin x \sin y = \frac{3}{8}$ . Find the value of,*

(a) (i)  $\cos (x - y)$

$\cos (x - y)$

(ii)  $\cos (x + y)$

$\cos (x + y)$

[ 3 markah / marks ]

(b) Seterusnya, cari nilai-nilai yang mungkin bagi  $x$  dan  $y$  di antara  $0^\circ$  dan  $90^\circ$ .

*Hence, find the possible values of  $x$  and  $y$  between  $0^\circ$  and  $90^\circ$ .*

[ 3 markah / marks ]

**SABAH (K1)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

13. a) Diberi bahawa  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{4}$  dan  $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}$ . Cari nilai setiap yang berikut:

*Given that  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{4}$  and  $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}$ . Find the value of each of the following:*

i)  $\cos \alpha \cos \beta$ ,

$\cos \alpha \cos \beta$ ,

ii)  $\cos(\alpha - \beta)$ .

$\cos(\alpha - \beta)$ .

[4 markah/marks]

b) Selesaikan persamaan  $4 \sin \theta = \sqrt{2} \sec \theta$  bagi semua sudut antara  $0^\circ$  dengan  $360^\circ$ .

*Solve the equation  $4 \sin \theta = \sqrt{2} \sec \theta$  for all the angles between  $0^\circ$  and  $360^\circ$ .*

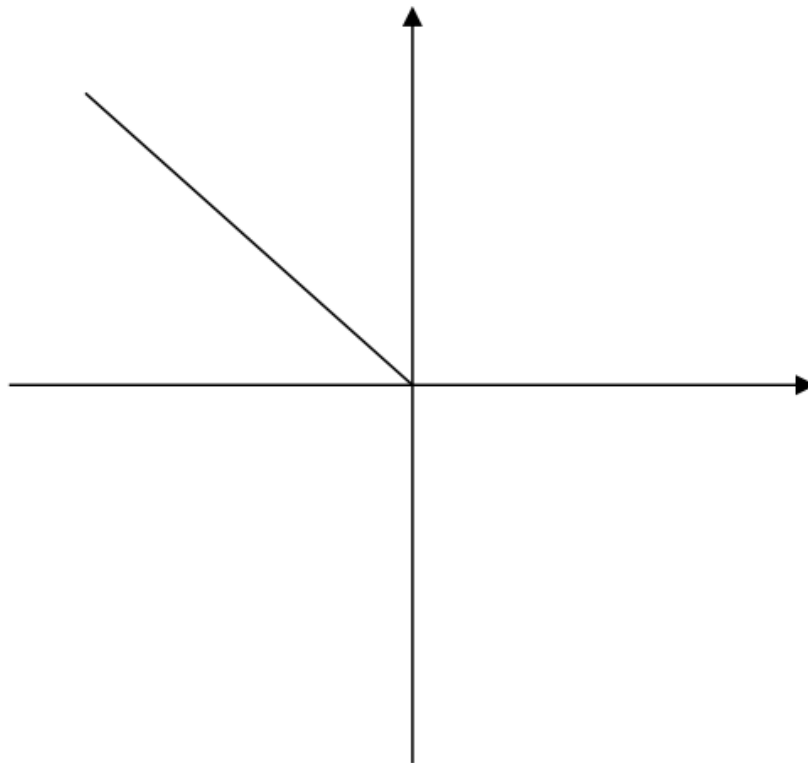
[3 markah/marks]

c) Pada ruang jawapan di bawah, labelkan sudut  $(180^\circ - p)$ , jika sudut rujukan ialah  $p$ .

*In the answer space below, label the angle  $(180^\circ - p)$ , if the reference angle is  $p$ .*

[1 markah/mark]

c)



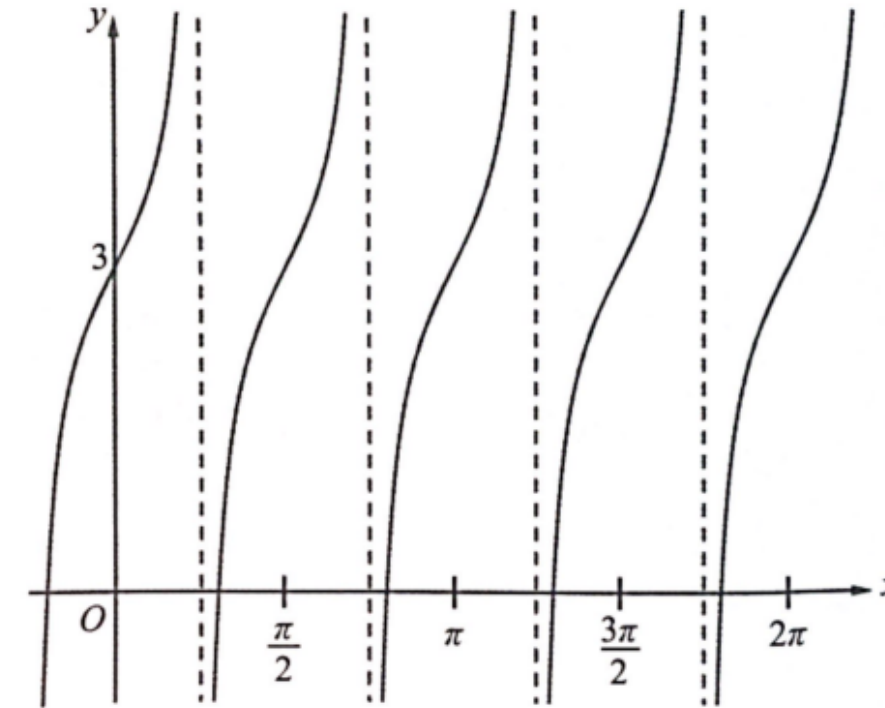


**SELANGOR SET 1 (K1)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

- 14 (a) Buktikan identiti trigonometri  $\tan y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{\sin(x-y) + \sin(x+y)}$   
 Prove the trigonometric identity  $\tan y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{\sin(x-y) + \sin(x+y)}$

[4 markah]  
 [4 marks]

- (b) Rajah 14 menunjukkan sebahagian daripada graf  $y = a \tan bx + c$  yang melalui titik  $(0, 3)$  dan  $(\frac{\pi}{2}, 3)$ .  
 Diagram 14 shows part of the graph of  $y = a \tan bx + c$  passing through points  $(0, 3)$  and  $(\frac{\pi}{2}, 3)$ .



Rajah 14  
 Diagram 14

Cari  
 Find

- (i) nilai-nilai bagi  $b$  dan  $c$ ,  
 the values of  $b$  and of  $c$ ,
- (ii) nilai  $a$ , diberi bahawa titik  $(\frac{\pi}{8}, 7)$  juga terletak pada graf itu.  
 the value of  $a$ , given that the point  $(\frac{\pi}{8}, 7)$  also lies on the graph.

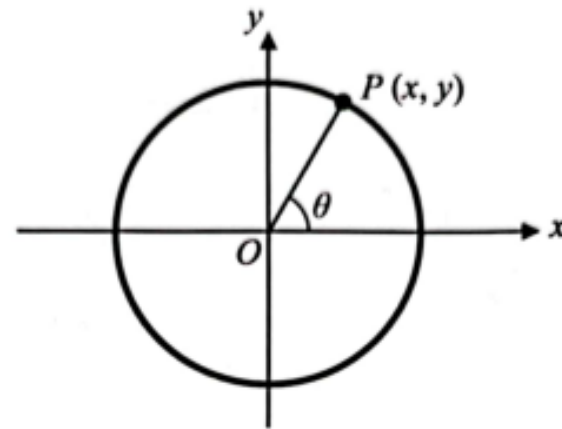
[4 markah]



## SELANGOR SET 2 (K1)

## FUNGSI TRIGONOMETRI

- 13 (a) Rajah 13 menunjukkan satu titik  $P$  yang terletak pada lilitan suatu bulatan unit.  
*Diagram 13 shows a point  $P$  lies on the circumference of an unit circle.*



Rajah 13  
 Diagram 13

Berdasarkan rajah tersebut,  
*Based on the diagram,*

- (i) terbitkan identiti asas trigonometri  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ .  
*derive the basic trigonometric identity  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ .*
- (ii) cari nilai  $\cos 2\theta$  jika  $x = 0.1736$ .  
*find the value of  $\cos 2\theta$  if  $x = 0.1736$ .*

[4 markah]  
 [4 marks]

- (b) Diberi bahawa  $\tan A = 3$  dan  $\tan (A - B) = \frac{2}{3}$ , dengan keadaan  $A$  ialah sudut refleks dan  $B$  ialah sudut tirus.

*It is given that  $\tan A = 3$  and  $\tan (A - B) = \frac{2}{3}$ , where  $A$  is a reflex angle and  $B$  is an acute angle.*

Cari

Find

- (i)  $\cot A$ ,  
 $\cot A$ ,
- (ii) nilai bagi  $\tan B$ .  
*the value of  $\tan B$ .*

[4 markah]

**KELANTAN (K2)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

- 7 (a) Buktikan bahawa  
*Prove that*

$$(\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x$$

[2 markah]

[2 marks]

- (b) Lakarkan graf fungsi trigonometri  $y = 1 - \sin 2x$  bagi domain  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ . [3 markah]

*Sketch the graph of the trigonometric function  $y = 1 - \sin 2x$  for the domain  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ .*

[3 marks]

- (c) Seterusnya, cari  
*Hence, find*

- (i) nilai maksimum  $y$  dalam domain itu.

*the maximum value of  $y$  in that domain.*

- (ii) bilangan penyelesaian bagi persamaan  $1 - \sin 2x = k + 1$  untuk  $-1 < k - 1 < 0$ .

*the number of solutions to the equation  $1 - \sin 2x = k + 1$  for  $-1 < k - 1 < 0$ .*

[3 markah]

[3 marks]

**MELAKA (K2)****FUNGSI TRIGONOMETRI****N9 (K2)**

- 6 (a) Buktikan bahawa  $\frac{\cos(A+B)}{\sin A \sin B} = \cot A \cot B - 1$ .

*Prove that  $\frac{\cos(A+B)}{\sin A \sin B} = \cot A \cot B - 1$ .*

[2 markah / marks]

- (b) Selesaikan persamaan  $\tan(45^\circ + x) = 4 \tan(45^\circ - x)$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

*Solve the equation  $\tan(45^\circ + x) = 4 \tan(45^\circ - x)$  for  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .*

[5 markah/marks]

- 6 (a) Buktikan  $2 \cot x (\sec x - \cos x) = 2 \sin x$ . [2 markah]  
*Prove  $2 \cot x (\sec x - \cos x) = 2 \sin x$ . [2 marks]*

- (b) (i) Seterusnya, lakar graf  $y = |2 \cot x (\sec x - \cos x) + 1|$  bagi  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

*Hence, sketch the graph of  $y = |2 \cot x (\sec x - \cos x) + 1|$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .*

[4 markah]

[4 marks]

- (ii) 4 penyelesaian diperoleh jika  $y = m$  dilakarkan pada paksi-paksi yang sama di 6(b)(i), dengan keadaan  $m$  ialah pemalar. Nyatakan julat nilai  $m$ . [1 markah]

*4 number of solutions obtained if  $y = m$  is sketched at the same axes in 6(b)(i), such that  $m$  is a constant. State the range of values of  $m$ . [1 mark]*

**PAHANG (K2)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

- 5 (a) Buktikan  $2 \tan x \cos^2 x = \sin 2x$ .  
*Prove that  $2 \tan x \cos^2 x = \sin 2x$ .*

[2 markah]

[2 marks]

- (b) (i) Lakarkan graf  $y = 2|\sin x| - 1$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

*Sketch the graph for  $y = 2|\sin x| - 1$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .*

- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan  $2\pi|\sin x| + x = 2\pi$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Nyatakan bilangan penyelesaian itu.

*Hence, by using the same axes, sketch a suitable straight line to find the number of solutions for the equation  $2\pi|\sin x| + x = 2\pi$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ . State the number of solutions.*

[6 markah]

[6 marks]

**PERLIS (K2)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

- 4 (a) Buktikan bahawa  $2 \cot x \sin^2 x = \sin 2x$

*Prove that  $2 \cot x \sin^2 x = \sin 2x$ .*

[ 2 markah / marks ]

- (b) Seterusnya, selesaikan persamaan  $\cot x \sin^2 x = \frac{1}{4}$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

*Hence, solve the equation  $\cot x \sin^2 x = \frac{1}{4}$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .*

[ 3 markah / marks ]

- (c) Lakar graf  $y = \cot x \sin^2 x$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

*Sketch the graph  $y = \cot x \sin^2 x$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .*

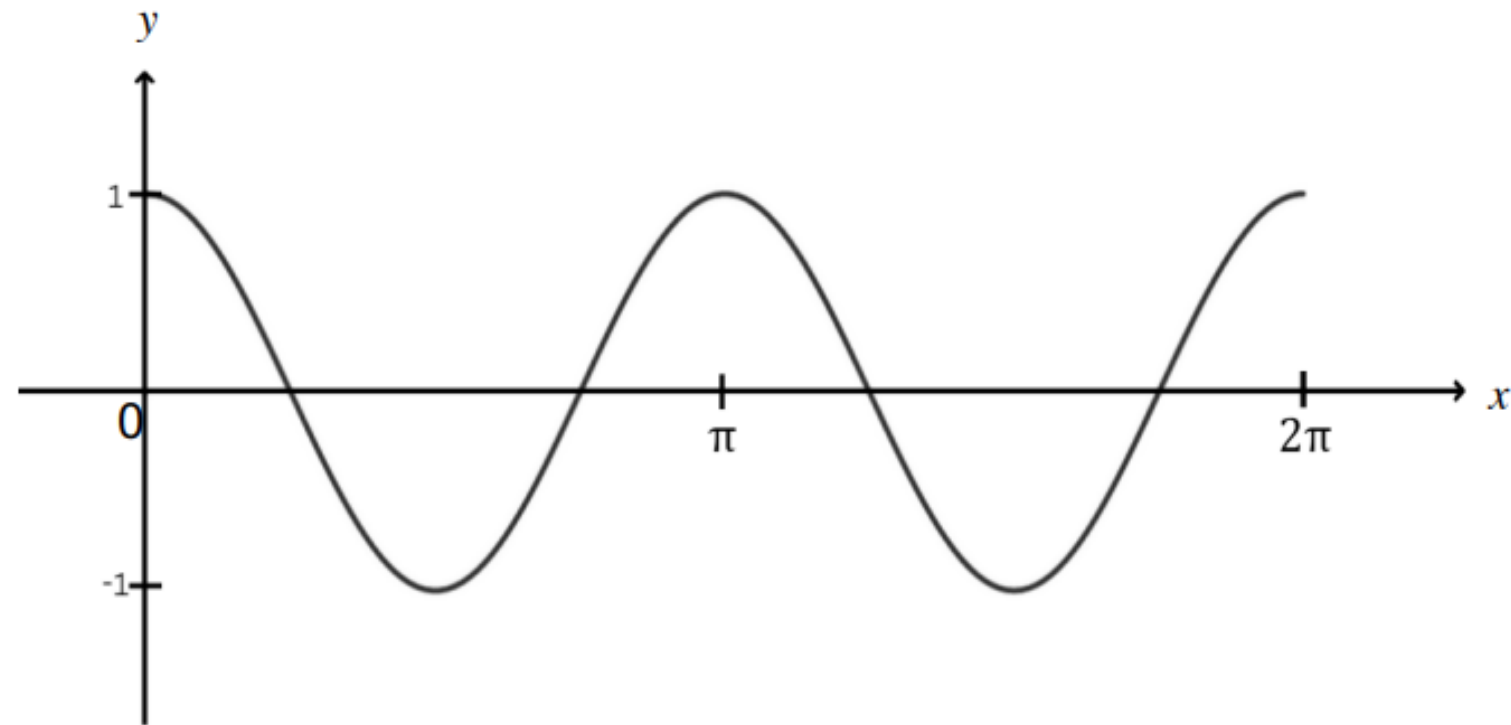
[ 3 markah / marks ]

**SABAH (K2)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

6. a) Buktikan  $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$   
*Prove  $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$*

[2 markah/marks]

- b) Rajah di bawah menunjukkan graf bagi suatu fungsi trigonometri untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ .  
*The figure below shows the graph of a trigonometric function for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .*



- i) Tuliskan persamaan graf fungsi trigonometri tersebut.

*Write the equation of the graph of the trigonometric function.*

[1 markah/mark]

- ii) Dengan menggunakan paksi yang sama, lakarkan graf bagi  $y = |\sin x|$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ , seterusnya cari bilangan penyelesaiannya.

*By using the same axis, sketch the graph of  $y = |\sin x|$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ , then find the number of solutions.*

[3 markah/marks]



## SELANGOR SET 1 (K2)

## FUNGSI TRIGONOMETRI

- 2 (a) Terbitkan rumus sudut berganda bagi  $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$ .  
Derive the double angle formula of  $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$ .

[2 markah]  
[2 marks]

- (b) Lakar graf bagi  $y = \frac{1}{2} \cos 2A + \frac{1}{2}$  untuk  $0 \leq A \leq 270^\circ$ .  
Sketch the graph of  $y = \frac{1}{2} \cos 2A + \frac{1}{2}$  for  $0 \leq A \leq 270^\circ$ .

Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan  $\frac{1}{2} \cos^2 A - \frac{1}{2} \sin^2 A = \frac{2A}{540^\circ} - \frac{1}{2}$  untuk  $0 \leq A \leq 270^\circ$ . Nyatakan bilangan penyelesaian itu.

Hence, using the same axes, sketch a suitable straight line to find the number of solutions to the equation  $\frac{1}{2} \cos^2 A - \frac{1}{2} \sin^2 A = \frac{2A}{540^\circ} - \frac{1}{2}$  for  $0 \leq A \leq 270^\circ$ . State the number of solutions.

[6 markah]  
[6 marks]

**SELANGOR SET 2 (K2)****FUNGSI TRIGONOMETRI**

- 5 (a) Diberi bahawa  $\sin^2 x = 4 \cos^2 y$ , carikan sudut tirus bagi  $x$  dan  $y$  yang memenuhi persamaan  $2 \cos^2 x + \sin^2 y = 1$ .

*It is given that  $\sin^2 x = 4 \cos^2 y$ , find the acute angle for  $x$  and  $y$  that satisfied the equation  $2 \cos^2 x + \sin^2 y = 1$ .*

[5 markah]

[5 marks]

- (b) Gunakan kertas graf untuk menyelesaikan soalan ini.

*Use the graph paper to solve this question.*

Dengan menggunakan skala 2 cm kepada  $\frac{\pi}{8}$  radian pada paksi- $x$  dan 2 cm kepada 0.5 unit pada paksi- $y$ , lukis graf  $y = \sin 2x$  untuk  $0 \leq x \leq \pi$ .

*By using a scale of 2 cm to  $\frac{\pi}{8}$  radian on the  $x$ -axis and 2 cm to 0.5 unit on the  $y$ -axis, draw the graphs of  $y = \sin 2x$  for  $0 \leq x \leq \pi$ .*

[4 markah]

[4 marks]

## SELANGOR SET 2 (K2)

## FUNGSI TRIGONOMETRI

4 (a) (i) Buktikan  $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ . [2 markah]

*Prove*  $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$  [2 marks]

(ii) Seterusnya, selesaikan  $\tan \frac{x}{2} + \sin x = 0$  bagi  $0 \leq x \leq 2\pi$ . [3 markah]

*Hence, solve*  $\tan \frac{x}{2} + \sin x = 0$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ . [3 marks]

(b) Diberi  $\sin \theta = m$  bagi  $0 \leq \theta \leq \pi$ , ungkapkan  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$  dalam sebutan  $m$ . [3 markah]

*It is given*  $\sin \theta = m$  for  $0 \leq \theta \leq \pi$ , express  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$  in terms of  $m$ . [3 marks]