

NOTA PINTAR MATEMATIK SPM

(1449)

Disediakan oleh:

EN. MOHAMAD ZAWAWI BIN MD ZAIN

GURU CEMERLANG MATEMATIK



@zawawizain



zawawi_zain



Zawawi Zain

Found in 103

TINGKATAN 1 BAB 6: PERSAMAAN LINEAR SERENTAK

Contoh1:

Hitung nilai x dan y yang memuaskan persamaan linear serentak berikut:

$$x - 2y = 10$$

$$4x + 3y = 7$$

Kaedah Penghapusan

$$(x - 2y = 10) \times 4$$

$$4x - 8y = 40 \quad \text{--- 1}$$

$$4x + 3y = 7 \quad \text{--- 2}$$

$$\text{Persamaan 1} - 2$$

$$-11y = 33$$

$$y = -3$$

Gantikan y = -3 dalam

Persamaan (boleh pilih mana2 persamaan)

$$x - 2y = 10$$

$$x - 2(-3) = 10$$

$$x = 4$$

Kedah Penggantian

$$x = 10 + 2y$$

Gantikan dlm persamaan

$$4x + 3y = 7$$

$$4(10 + 2y) + 3y = 7$$

$$11y = -33$$

$$y = -3$$

Gantikan dlm persamaan

$$x = 10 + 2y$$

$$x = 10 + 2(-3)$$

$$x = 4$$

Semak jawapan guna kalkulator

Tekan MODE 3x

EQN → tekan 1

Unknowns 2 3 → tekan 2

$$a1 = 1, b1 = -2, c1 = 10$$

$$a2 = 4, b2 = 3, c2 = 7$$

Tekan '=' → x = 4

Tekan '=' → y = -3

* Jangan lupa untuk 'clear all'

SHIF MODE 3 =

Contoh 2:

Harga bagi 1kg durian dan 1kg nangka ialah RM11. Beza harga antara 3 kg durian dan 1 kg nangka ialah RM5. Berapakah harga, dalam RM, bagi 1 kg nangka?

Penyelesaian:

Bentukkan persamaan

x = durian y = nangka

$$x + y = 11 \quad \text{---- 1}$$

$$3x - y = 5 \quad \text{---- 2}$$

$$1+2$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

$$4 + y = 11$$

$$y = 7$$

Kata Kunci!

Hasil tambah, gabungan, jumlah adalah operasi '+'

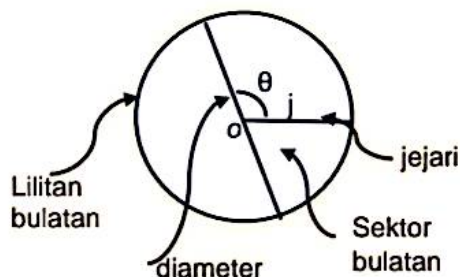
Beza, kurang adalah operasi '-'

(+) jika operasi berbeza

(-) jika operasi sama

Harga bagi 1kg nangka adalah RM7

TINGKATAN 2 BAB 5: BULATAN



$$\text{Luas bulatan} = \pi j^2$$

$$\text{Panjang lilitan bulatan} = 2\pi j$$

$$\frac{\text{panjang lengkok}}{\text{lilitan bulatan}} = \frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ}$$

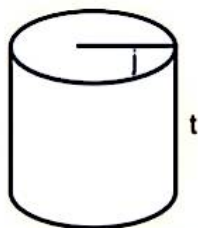
$$\frac{\text{luas sektor}}{\text{luas bulatan}} = \frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ}$$

$$\text{Panjang lengkok} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi j$$

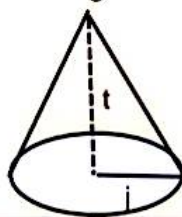
$$\text{Luas sektor} = \frac{\theta}{360} \times \pi j^2$$

TINGKATAN 2 BAB 6: BENTUK GEOMETRI TIGA DIMENSI

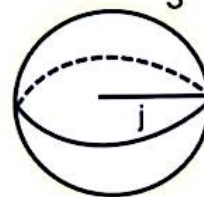
Isipadu Silinder = $\pi j^2 t$



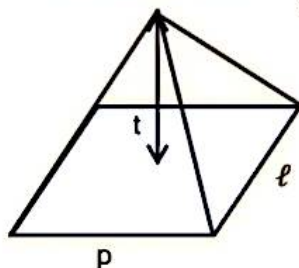
Isipadu kon = $\frac{1}{3} \pi j^2 t$



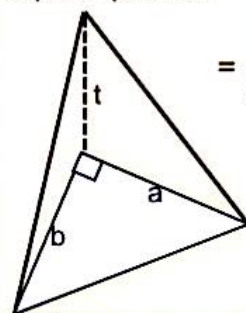
Isipadu sfera = $\frac{4}{3} \pi j^3$



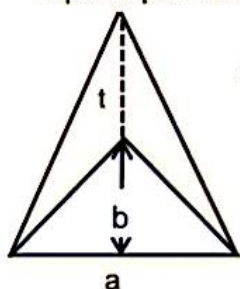
Isipadu piramid = $\frac{1}{3} \times \text{luas tapak} \times \text{tinggi}$
 $= \frac{1}{3} \times p \times l \times t$



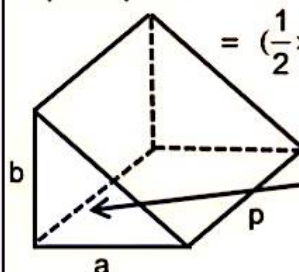
Isipadu piramid = $\frac{1}{3} \times \text{luas tapak} \times \text{tinggi}$
 $= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times a \times b) \times t$



Isipadu piramid = $\frac{1}{3} \times \text{luas tapak} \times \text{tinggi}$
 $= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times a \times b) \times t$

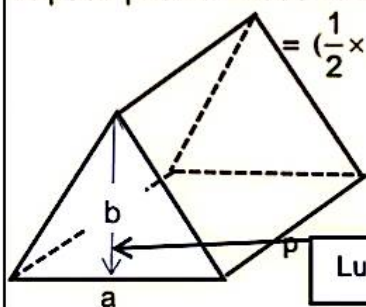


Isipadu prisma = $\text{luas keratan rentas} \times \text{panjang}$
 $= (\frac{1}{2} \times a \times b) \times p$



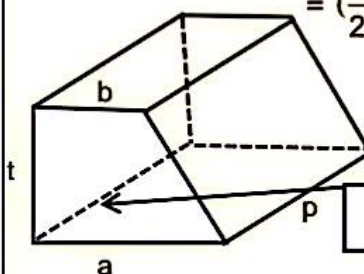
Luas keratan rentas

Isipadu prisma = $\text{luas keratan rentas} \times \text{panjang}$
 $= (\frac{1}{2} \times a \times b) \times p$



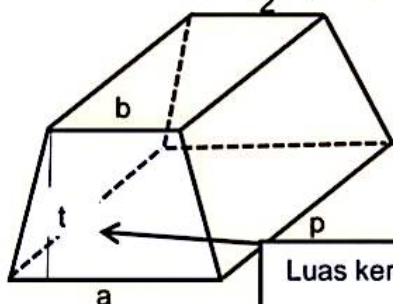
Luas keratan rentas

Isipadu prisma = $\text{luas keratan rentas} \times \text{panjang}$
 $= (\frac{1}{2} \times (a+b) \times t) \times p$



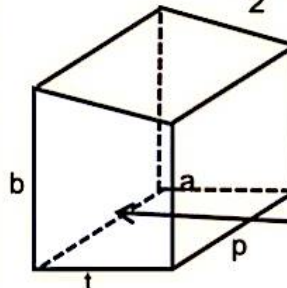
Luas keratan rentas

Isipadu prisma = $\text{luas keratan rentas} \times \text{panjang}$
 $= (\frac{1}{2} \times (a+b) \times t) \times p$



Luas keratan rentas

Isipadu prisma = $\text{luas keratan rentas} \times \text{panjang}$
 $= (\frac{1}{2} \times (a+b) \times t) \times p$



Luas keratan rentas

TINGKATAN 3 BAB 9: GARIS LURUS

Kecerunan, m

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Cth: A(2, 4) dan B(4, -6)

x_1, y_1 x_2, y_2

$$m = \frac{-6 - 4}{4 - 2}$$

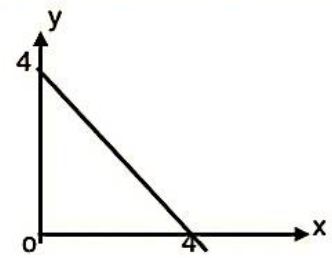
$$m = -5$$

$$m = \frac{-\text{pintasan} - y}{\text{pintasan} - x}$$

Cth:

$$m = \frac{-4}{4}$$

$$m = -1$$



Persamaan

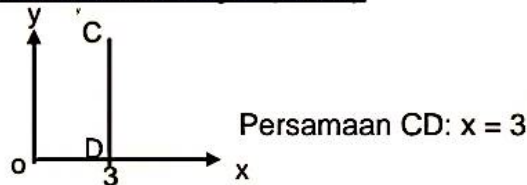
$$y = mx + c$$

c adalah pintasan y

* Untuk membentuk suatu persamaan, kecerunan, m dan pintasan - y, c adalah diperlukan.

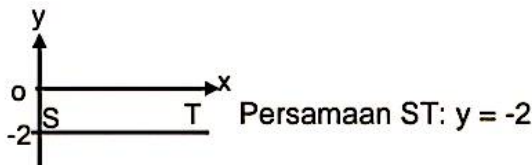
Persamaan selari dengan paksi y

Cth:



Persamaan selari dengan paksi x

Cth:

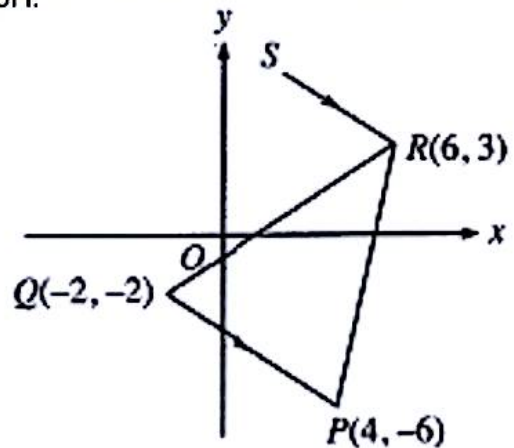


Pintasan x

$$y = 0$$

* mencari pintasan x dengan menggantikan $y = 0$ dalam persamaan

Contoh:



Cari

- Persamaan bagi garis lurus SR.
- Pintasan - x bagi garis lurus SR.

Jawapan:

$$a) m = \frac{-6 - (-2)}{4 - (-2)}$$

$$b) \text{ gantikan } y = 0$$

$$m = -\frac{2}{3}$$

$$0 = -\frac{2}{3}x + 7$$

$$y = mx + c$$

$$x = \frac{21}{2}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + c$$

Gantikan R(6,3)

$$3 = -\frac{2}{3}(6) + c$$

$$c = 7$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 7$$

b) gantikan $y = 0$

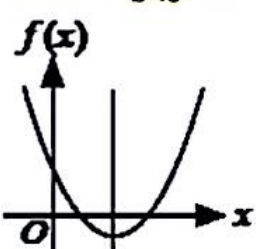
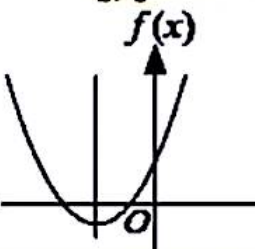
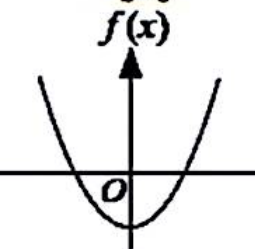
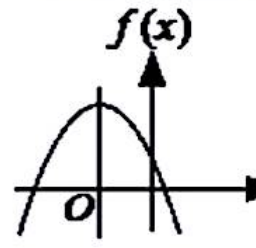
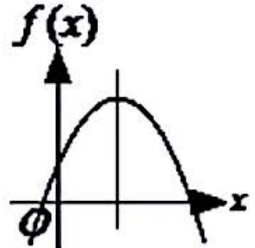
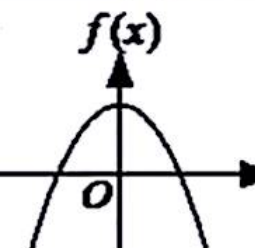
$$0 = -\frac{2}{3}x + 7$$

$$x = \frac{21}{2}$$

TINGKATAN 4 BAB 1: FUNGSI DAN PERSAMAAN KUADRATIK DALAM SATU PEMBOLEHUBAH

Fungsi Kuadratik

Bentuk Am : $fx = ax^2 + bx + c$

 Bentuk graf $a > 0$ $c = \text{pintasan-}y$	Paksi simetri $b < 0$ 	Paksi simetri $b > 0$ 	Paksi simetri $b = 0$ 
 Bentuk graf $a < 0$ $c = \text{pintasan-}y$	Paksi simetri $b < 0$ 	Paksi simetri $b > 0$ 	Paksi simetri $b = 0$ 

Persamaan Kuadratik

Bentuk am: $ax^2 + bx + c = 0$

Langkah penyelesaian

i) Tukar persamaan kepada bentuk am

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ii) Pemfaktoran

Nilai jawapan

$$(x + 2)^2 = 2x + 7$$

$$(x + 2)(x + 2) = 2x + 7$$

$$x^2 + 2x + 2x + 4 - 2x - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x - 1)(x + 3) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = -3$$

Mencari jawapan menggunakan kalkulator

Tekan MODE 3x

EQN → tekan 1

Unknowns 2 3 → tekan anak panah kanan ➡

Degree 2 3 → tekan 2

$$a = 1, b = 2, c = -3$$

$$x1 = 1 \text{ tekan '='}$$

$$x2 = -3$$

* Jika jawapan dalam perpuluhan tekan SHIFT $a^{b/c}$

Sebuah roket air dilancarkan dari sebuah pelantar. Ketinggian, h dalam meter, rocket air itu pada masa t saat selepas dilancarkan ialah $h = -2t^2 + 3t + 2$. Bilakah roket air itu tiba di permukaan tanah?

$$-2t^2 + 3t + 2 = 0$$

$$2t^2 - 3t - 2 = 0$$

$$(2t + 1)(t - 2) = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}, t = 2$$

$$t = 2$$

Bila sampai permukaan tanah, ketinggian $h = 0$

Tukar bentuk am $ax^2 + bx + c = 0$

Pemfaktoran

Nilai masa t hanya nilai yang positif kerana masa tiada nilai negatif

Peringatan:

Masa, jarak, panjang, umur, berat Tiada nilai negatif (-)

TINGKATAN 4 BAB 2: ASAS NOMBOR

Pertukaran Asas



Contoh:

Tukar 1321_4 kepada nombor dalam asas lima.

Langkah 1: Tukar kepada asas 10

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \\ 1 \quad 3 \quad 2 \quad 1_4 \end{array}$$

Langkah 2: Pembahagian berulang

$$(1 \times 4^3) + (3 \times 4^2) + (2 \times 4^1) + (1 \times 4^0) = 121_{10}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 121} \\ 5 \overline{) 24} \quad - \quad 1 \\ 5 \overline{) 4} \quad - \quad 4 \\ 0 \quad - \quad 4 \end{array}$$

Jawapan = 441_5

Operasi Tambah

$$673_8 + 175_8 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 6 \quad 5 \quad 3_7 \\ + \quad 1 \quad 4 \quad 4_7 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0_7 \end{array}$$

$$3+4 = 7_{10} = 10_7$$

$$1+5+4 = 10_{10} = 13_7$$

$$1+6+1 = 8_{10} = 11_7$$

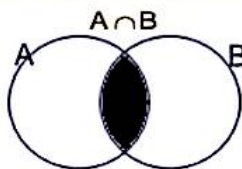
Operasi Tolak

$$40105_6 - 1325_6 =$$

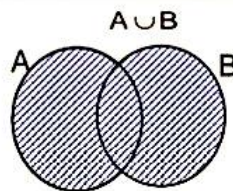
$$\begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad 6 \\ 3 \quad 0 \quad 0 \quad 6 \\ - \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad 5_6 \\ \hline 3 \quad 4 \quad 3 \quad 4 \quad 0_6 \end{array}$$

TINGKATAN 4 BAB 4: OPERASI SET

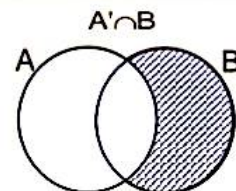
$\cap$ = persilangan



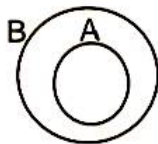
$\cup$ = kesatuan



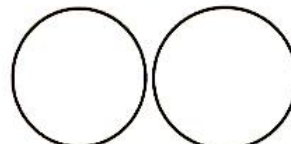
A' = pelengkap bagi A



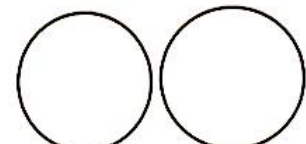
$A \subset B$



$A \not\subset B$



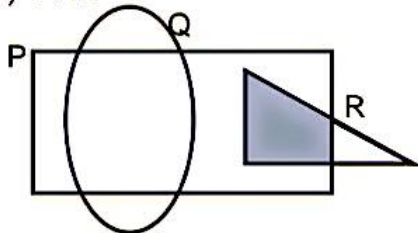
$A \cap B = \emptyset$ atau $A \cap B = \{ \}$



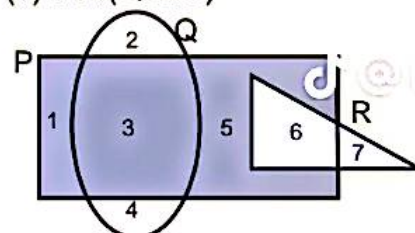
Contoh:

Gambar rajah Venn di ruang jawapan menunjukkan set P, set Q, dan set R dengan keadaan set semesta, $\xi = P \cup Q \cup R$

(a) $P \cap R$



(b) $P \cap (Q \cup R')$



Kaedah perwakilan

* Selesaikan dalam () dahulu

$$\begin{array}{l} P \cap (Q \cup R') \\ \downarrow \\ (2 \ 3 \ 4 \cup 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5) \\ 4 \ 3 \ 5 \ 6 \cap 4 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \\ 1 \ 3 \ 5 \text{ (lorek kawasan 1,3,5)} \end{array}$$

TINGKATAN 4 BAB 3: PENAAKULAN LOGIK

Pernyataan ialah suatu ayat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya, iaitu sama ada benar atau palsu, tetapi bukan kedua – duanya.

Soalan, arahan atau seruan adalah bukan pernyataan.

Cth pernyataan:

- i) $2 \times 1 = 2$ (pernyataan benar)
- ii) $2 \times 5 = 20$ (pernyataan palsu)
- iii) 2 ialah nombor perdana (pernyataan benar)

Cth bukan pernyataan:

- i) Apakah nilai bagi 3×-3 ?
- ii) $2x + 2 = 4$
- iii) $x = -3$

Pengkuantiti 'semua' atau 'sebilangan'

Contoh

- i) Semua nombor genap boleh dibahagi tepat dengan 2.
- ii) Sebilangan nombor perdana adalah nombor ganjil.
- iii) Sebilangan nombor ganjil adalah nombor perdana.

Penafian pernyataan (tidak atau bukan)

Pernyataan : p

Penafian : $\sim p$

Cth:

Pernyataan : 21 ialah gandaan 5 (palsu)

Penafian : 21 bukan gandaan 5 (benar)

Pernyataan majmuk ('dan' atau 'atau')

Jadual Kebenaran

p	q	$p \text{ dan } q$	$p \text{ atau } q$
Benar	Benar	Benar	Benar
Benar	Palsu	Palsu	Benar
Palsu	Benar	Palsu	Benar
Palsu	Palsu	Palsu	Palsu

Cth 1:

$5+2 > 6+2$ dan $-3 + 4 < -2 + 4$

Palsu dan Benar

Jawapan: Palsu

Cth 2:

7 atau 9 ialah nombor perdana

Benar atau Palsu

Jawapan: Benar

Implikasi "Jika p , maka q "

Contoh:

- i) Jika $x + 3 = 5$, maka $x = 2$
Antejadian : $x + 3 = 5$
Akibat : $x = 2$

Implikasi " p jika dan hanya jika q "

Contoh: Tulis 2 implikasi berdasarkan pernyataan majmuk yang diberikan.

H mempunyai 7 sisi jika dan hanya jika H ialah heptagon.

Jawapan:

Implikasi 1: Jika H mempunyai 7 sisi maka H ialah heptagon

Implikasi 2: Jika H ialah heptagon maka H mempunyai 7 sisi.

Akas, Songsangan dan Kontrapositif

Pernyataan: Jika p , maka q .
Akas : Jika q , maka p
Songsangan: Jika $\sim p$, maka $\sim q$
Kontrapositif: Jika $\sim q$, maka $\sim p$

Cth:

Pernyataan : Jika $x = 3$ maka $x + 2 = 5$

Akas : Jika $x + 2 = 5$ maka $x = 3$

Songsang : Jika $x \neq 3$ maka $x + 2 \neq 5$

Kontrapositif : Jika $x + 2 \neq 5$ maka $x \neq 3$

Nilai kebenaran bagi "Jika p , maka q ", Akas, Songsangan dan Kontrapositif

p	q	Pernyataan Jika p , maka q	Akas Jika q , maka p	Songsangan Jika $\sim p$, maka $\sim q$	Kontrapositif Jika $\sim q$, maka $\sim p$
Benar	Benar	Benar	Benar	Benar	Benar
Benar	Palsu	Palsu	Benar	Benar	Palsu
Palsu	Benar	Benar	Palsu	Palsu	Benar
Palsu	Palsu	Benar	Benar	Benar	Benar

Hujah Deduktif

Hujah deduktif yang **SAH** boleh dikategorikan kepada 3 bentuk berikut:

	Bentuk I	Bentuk II	Bentuk III
Premis 1	Semua A ialah B	Jika p , maka q	Jika p , maka q
Premis 2	C ialah benar	p benar benar	Bukan q adalah benar
Kesimpulan	C ialah B	q adalah benar	Bukan p adalah benar

Hujah deduktif dikatakan **MUNASABAH** jika semua premis dan kesimpulannya adalah benar.

Contoh 1 : Bentuk I

Premis 1 : Semua gandaan 3 ialah gandaan 30

Premis 2 : 15 ialah gandaan 3

Kesimpulan : 15 ialah gandaan 30.

Sah dan tidak munasabah kerana premis 1 dan kesimpulan adalah palsu.

Contoh 2: Bentuk II

Premis 1 : Jika $m < 8$, maka $m < 10$

Premis 2 : $7 < 8$

Kesimpulan : $7 < 10$

Sah dan munasabah kerana semua premis dan kesimpulan adalah benar.

Contoh 3: Bentuk III

Premis 1 : Jika $Y \subset Z$, maka $Y \cap Z = Y$

Premis 2 : $Y \cap Z \neq Y$

Kesimpulan : $Y \not\subset Z$

Sah dan munasabah kerana semua premis dan kesimpulan adalah benar.

Contoh 4:

Premis 1 : Jika $m < 8$, maka $m < 10$

Premis 2 : $7 < 10$

Kesimpulan : $7 < 8$

Tidak sah tetapi **munasabah** kerana tidak membentuk hujah deduktif yang sah.

Membentuk hujah deduktif yang sah

Sudut yang dicangkum di pusat sebuah poligon sekata yang mempunyai n sisi ialah $\frac{360^\circ}{n}$.

Buat satu kesimpulan secara deduksi bagi sudut yang dicangkum di pusat sebuah poligon sekata yang mempunyai 5 sisi.

Jawapan: $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

Hujah Induktif

Hujah Induktif	Kesimpulan benar	Kuat	Semua Premis Benar	Meyakinkan
			Ada premis yang Palsu	Tidak meyakinkan
	Kesimpulan palsu	Lemah	Tidak meyakinkan	

Contoh1:

Premis 1 : $2 \times 3 = 6$

Premis 2 : $4 \times 3 = 12$

Premis 3 : $6 \times 3 = 18$

Kesimpulan : Hasil darab gandaan 2 dengan 3 ialah nombor genap

Kuat dan meyakinkan kerana kesimpulan dan semua premis adalah benar.

Contoh2:

Premis 1 : 9 ialah gandaan 3

Premis 2 : 12 ialah gandaan 3

Premis 3 : 15 ialah gandaan 3

Kesimpulan : Semua gandaan 3 ialah nombor ganjil

Lemah dan tidak meyakinkan kerana kesimpulan adalah palsu.

Membentuk hujah induktif

Buat satu kesimpulan secara induktif bagi urutan nombor 1, 7, 17, 31, ... yang mengikut pola berikut:

$$1 = (2 \times 1) - 1$$

$$7 = (2 \times 4) - 1$$

$$17 = (2 \times 9) - 1$$

$$31 = (2 \times 16) - 1$$

Jawapan:

$$(2 \times n^2) - 1, n = 1, 2, 3, \dots$$

Buat satu kesimpulan secara induktif bagi urutan nombor 0, 4, 26, 84, ... yang mengikut pola berikut:

$$0 = 3(0)$$

$$4 = 3(1) + 1$$

$$26 = 3(8) + 2$$

$$84 = 3(27) + 3$$

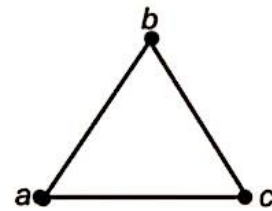
Jawapan:

$$3(n^3) + n, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

TINGKATAN 4 BAB 5: RANGKAIAN DALAM TEORI GRAF

Rangkaian

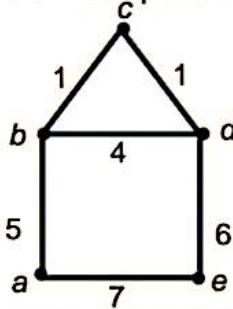
Nama	Simbol	Penyelesaian
Senaraikan bucu	V	$V = \{a, b, c\}$
Bilangan bucu	$n(V)$	$n(V) = 3$
Tepi	E	$E = \{(a, b), (b, c), (a, c)\}$
Bilangan tepi	$n(E)$	$n(E) = 3$
Jumlah darjah	$\sum d(V) = 2E$	$\sum d(V) = 2 \times 3 = 6$



Kos optimum

Kos optimum untuk laluan dari suatu bucu ke bucu yang lain boleh dicari melalui laluan yang terpendek.

Contoh: Cari kos optimum untuk bergerak dari a ke d .



Penyelesaian:

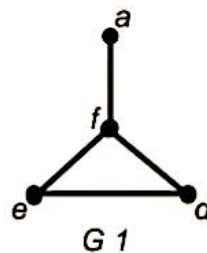
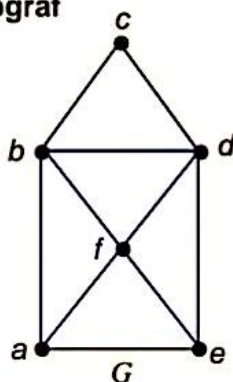
$$\text{Laluan } a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d = 5 + 1 + 1 = 7$$

$$\text{Laluan } a \rightarrow b \rightarrow d = 5 + 4 = 9$$

$$\text{Laluan } a \rightarrow e \rightarrow d = 7 + 6 = 13$$

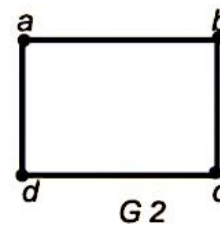
Kos optimum a ke $d = 7$

Subgraf



Penyelesaian:

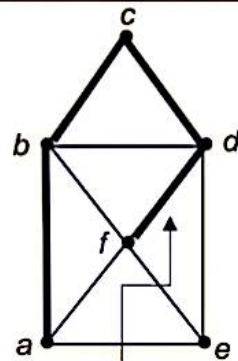
$G1$ ialah **subgraf** bagi G .



Penyelesaian:

$G2$ **bukan**

subgraf bagi G .

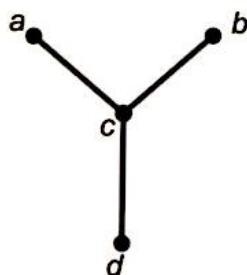


Kerana tepi ad tidak berkait

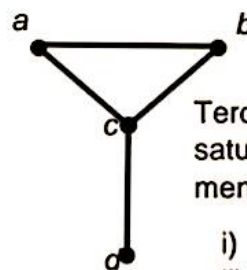
Pokok

Pokok ialah graf tak terarah yang tidak mengandungi sebarang gelung.

Terdapat hanya satu laluan yang mengaitkan mana – mana dua bucu di dalam pokok.



Pokok



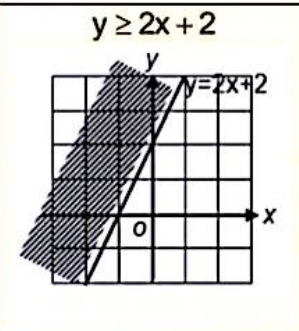
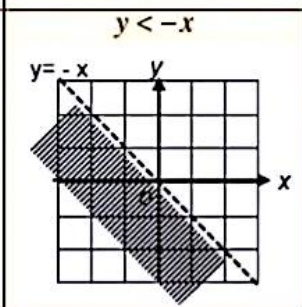
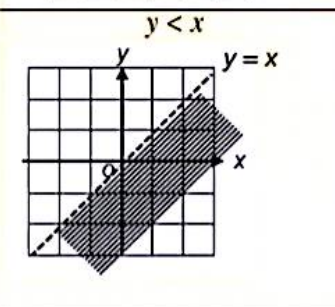
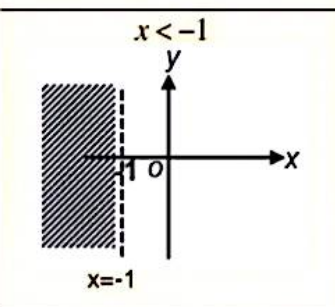
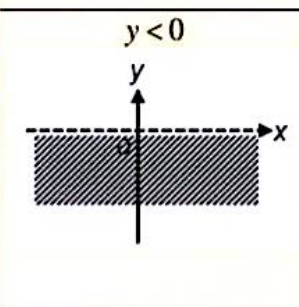
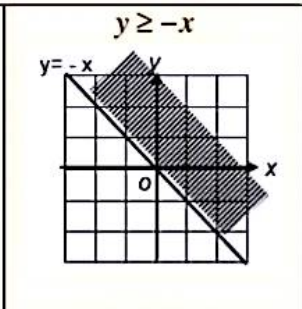
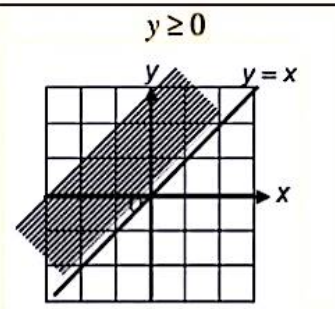
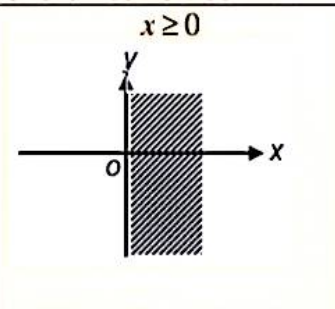
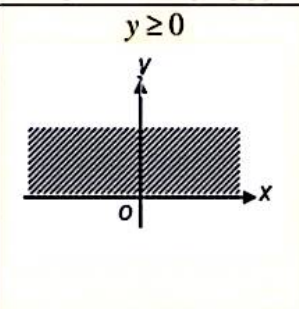
Bukan Pokok

Terdapat lebih daripada satu laluan yang mengaitkan $a \rightarrow c$.

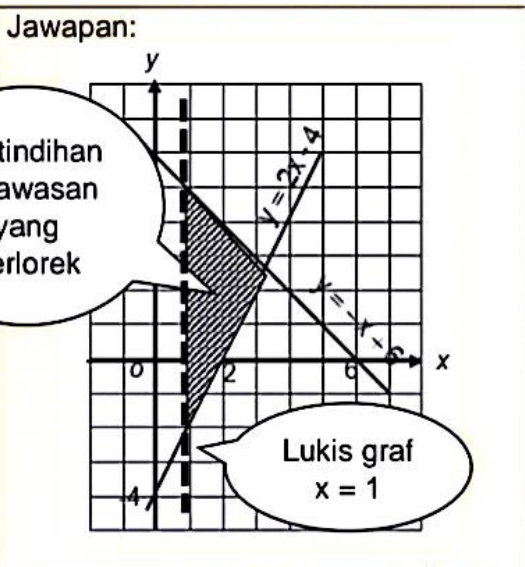
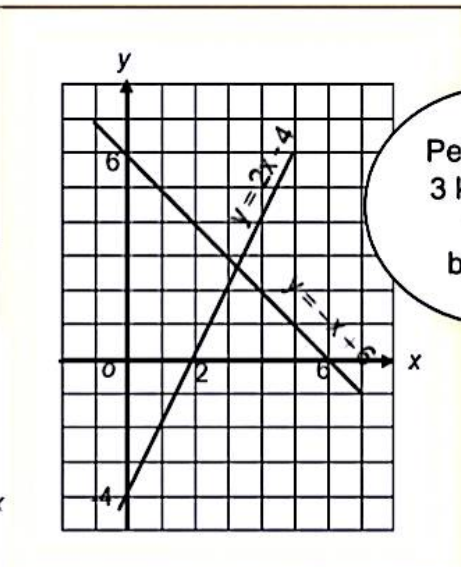
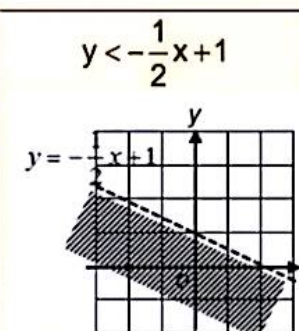
- i) $a \rightarrow c$
- ii) $a \rightarrow b \rightarrow c$

TINGKATAN 4 BAB 6: KETAKSAMAAN LINEAR DALAM DUA PEMBOLEH UBAH

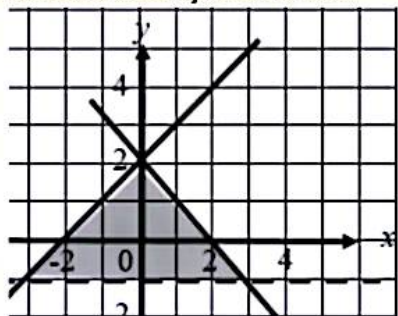
Garis _____ mewakili ' $\geq$ ' & ' $\leq$ ' Garis ----- mewakili '>' & '<'
 ' $\geq$ ' & '>' → kawasan berlorek atas dan kanan
 ' $\leq$ ' & '<' → kawasan berlorek bawah dan kiri



Pada graf di ruang jawapan, lorekkan rantau yang memuaskan ketiga – tiga ketaksamaan $y \leq -x + 6$, $y \geq 2x - 4$ dan $x > 1$.



Nyatakan tiga ketaksamaan yang mentakrifkan ketaksamaan dalam rajah dibawah



Jawapan:

- i) $y > -1$
- ii) $y < x + 2$
- iii) $y < -x + 2$

Penyelesaian menggunakan persamaan garis lurus $y = mx + c$

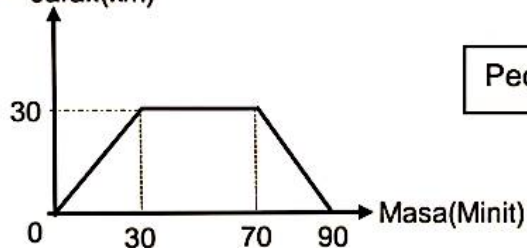
Scanned with CamScanner

TINGKATAN 4 BAB 7: GRAF GERAKAN

Graf Jarak – Masa

- i) Berhenti → graf mendatar
- ii) $\text{Laju} = \frac{\text{jarak}}{\text{masa}}$
- iii) $\text{Laju purata} = \frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Jumlah masa}}$

Contoh: Jarak(km)



- a) Nyatakan tempoh masa berhenti.
- b) Hitung laju 30 minit pertama.
- c) Hitung laju 20 minit terakhir dalam kmh^{-1}
- d) Hitung laju purata keseluruhan perjalanan dalam kmh^{-1} .

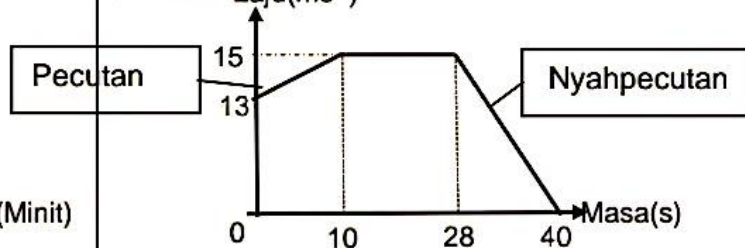
Jawapan:

- a) $70 - 30 = 40$ minit.
- b) $\frac{30}{30} = 1$
- c) $\frac{30}{\left(\frac{20}{60}\right)} = 90 \text{ kmh}^{-1}$
- d) $\frac{30 + 30}{\left(\frac{90}{60}\right)} = 60 \text{ kmh}^{-1}$

Graf Laju – Masa

- i) Laju seragam → graf mendatar
- ii) $\text{Kadar perubahan laju} = \frac{\text{Laju Akhir} - \text{Laju Awal}}{\text{Masa}}$
(Pecutan / Nyahpecutan)
- iii) Jarak = Luas di bawah graf

Contoh: Laju(ms^{-1})

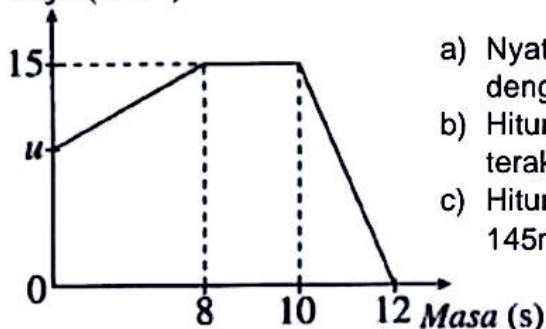


- a) Nyatakan laju seragam.
- b) Nyatakan tempoh masa laju seragam.
- c) Hitung kadar perubahan laju 10 saat yang pertama dalam ms^{-2} .
- d) Hitung kadar perubahan laju 12 saat terakhir dalam ms^{-2} .
- e) Hitung jumlah jarak keseluruhan perjalanan.

Jawapan:

- a) 15 ms^{-1}
- b) $28 - 10 = 18 \text{ s}$
- c) $\frac{15 - 13}{10} = 0.2 \text{ ms}^{-2}$
- d) $\frac{0 - 15}{12} = -1.25 \text{ ms}^{-2}$
- e) $\left(\frac{1}{2} \times (15 + 13) \times 10\right) + (15 \times 18) + \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 15\right) = 500 \text{ m}$

Laju (m s^{-1})



- a) Nyatakan tempoh masa dalam s zarah itu bergerak dengan laju seragam
- b) Hitung kadar perubahan laju dalam ms^{-2} , 2 saat yang terakhir.
- c) Hitung nilai u jika jumlah jarak bagi 125s itu adalah 145m.

Jawapan:

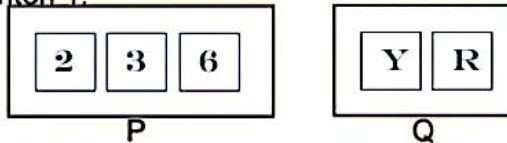
- a) $10 - 8 = 2 \text{ s}$
- b) $\frac{0 - 15}{2} = -7.5 \text{ m}^{-2}$
- c) $\left[\frac{1}{2} (u + 15) \times 8\right] + (15 \times 2) + \left(\frac{1}{2} \times 15 \times 2\right) = 145$
 $u = 10$

TINGKATAN 4 BAB 9: KEBARANGKALIAN PERISTIWA BERGABUNG

Hukum Pendarabahan Kebarangkalian = $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Hukum Penambahan Kebarangkalian = $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Contoh 1:



Satu kad dipilih secara rawak daripada kotak P dan kemudian satu kad pula dipilih secara rawak daripada kotak Q. Dengan menyenaraikan sampel bagi semua kesudahan peristiwa yang mungkin, cari kebarangkalian

- Satu kad nombor genap dan kad berlabel Y dipilih.
- Satu kad nombor gandaan 3 atau kad berlabel R dipilih.

Jawapan:

- (a) $\{(2, Y), (6, Y)\}$

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(G \cap Y) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

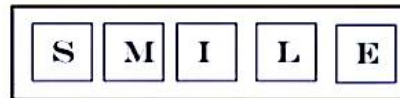
- (b) $\{(3, Y), (3, R), (6, Y), (2, R), (6, R)\}$

$$\frac{5}{6}$$

$$P(3 \cap Y) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$P(3 \cup Y) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Contoh 2:



Satu kod dua huruf hendak dibentuk menggunakan mana – mana dua daripada kad ini. Dua kad dipilih secara rawak, satu persatu, tanpa dikembalikan

- Senaraikan ruang sample
- Senaraikan semua kesudahan peristiwa dan cari kebarangkalian bahawa
 - kod itu bermula dengan huruf M
 - kod itu terdiri daripada dua vokal atau dua konsonan.

Jawapan:

- (a) $S = \{(S, M), (S, I), (S, L), (S, E), (M, S), (M, I), (M, L), (M, E), (I, S), (I, M), (I, L), (I, E), (L, S), (L, M), (L, I), (L, E), (E, S), (E, M), (E, I), (E, L)\}$

- (b) i) $\{(M, S), (M, I), (M, L), (M, E)\}$

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

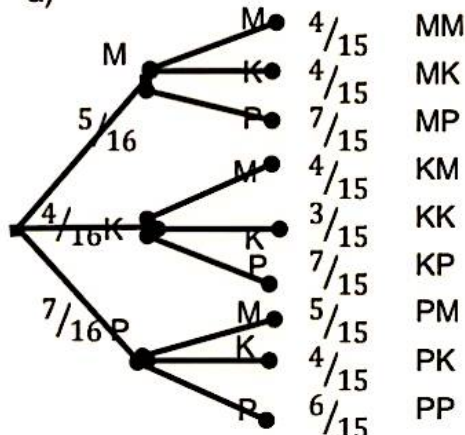
- ii) $\{(I, E), (E, I), (S, M), (S, L), (M, S), (M, L), (L, S), (L, M)\}$

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Contoh 3:

Sebuah kotak mengandungi 5 biji guli merah 4 biji guli kuning dan 7 biji guli putih. Dua biji guli dipilih secara rawak satu demi satu tanpa pengembalian.

- Lukis gambarajah pokok untuk menunjukkan semua kesudahan yang mungkin.
- Hitung kebarangkalian mendapat guli warna yang sama
- Hitung kebarangkalian mendapat guli warna yang berbeza.



- b) $\{(MM), (KK), (PP)\}$

$$\left(\frac{5}{16} \times \frac{4}{15}\right) + \left(\frac{4}{16} \times \frac{3}{15}\right) + \left(\frac{7}{16} \times \frac{6}{15}\right) = \frac{37}{120}$$

- c) $1 - P(\text{warna sama})$

$$1 - \frac{37}{120} = \frac{83}{120}$$

TINGKATAN 5 BAB 2: MATRIKS

a) Matriks Songsang $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ Matrik A tiada songsangan sekiranya $ad - bc = 0$	1. Diberi bahawa matriks A = $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ Cari matriks songsang bagi A. $\frac{1}{4(-2) - (5)(-3)} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ $\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$
I = Matrik Identiti $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad AA^{-1} = I$ Satu Matrik A didarab dengan songsangannya hasilnya ialah Matrik Identiti.	2. Diberi N ialah 2×2 dengan keadaan $N \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Cari matriks N $\frac{1}{7(-3) - (4)(-5)} \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$ $\frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$
b) Persamaan serentak kaedah matriks $a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$ $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{a_1(b_2) - (a_2)(b_1)} \begin{pmatrix} b_2 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ $x = \dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots$ Guna Kalkulator Tekan MODE 3x EQN → tekan 1 Unknowns 2 3 → tekan 2 a1 = 1 , b1 = -2 , c1 = 10 a2 = 4 , b2 = 3 , c2 = 7 Tekan '=' → x = 4 Tekan '=' → y = -3 * Jangan lupa untuk 'clear all' SHIF MODE 3 =	3. Matriks songsang bagi $\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \text{ ialah } \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ n & -4 \end{pmatrix}.$ Cari nilai m dan nilai n. $\frac{1}{-4(3) - (5)(-2)} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ $\frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ n & -4 \end{pmatrix}$ $m = -2$ $n = -5$
4. Sebuah kedai menjual 52 helai kemeja – T dan 52 helai seluar dengan harag RM 1716 pada bulan Januari. Pada bulan Februari, kedai itu menjual 60 helai kemeja – T dan 50 seluar dengan harga RM 1800. Menggunakan kaedah matriks, hitung harga sehelai kemeja – T dan sehelai seluar. $\begin{pmatrix} 52 & 52 \\ 60 & 50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1716 \\ 1800 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{(52)(50) - (60)(52)} \begin{pmatrix} 50 & -52 \\ -60 & 52 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1716 \\ 1800 \end{pmatrix}$ x=15 y=18	

TINGKATAN 5 BAB 5: KEKONGRUENAN, PEMBESARAN DAN GABUNGAN TRANSFORMASI

Translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ (+)gerak kanan / (-)gerak kiri (+) gerak atas / (-) gerak bawah Kaedah pengiraan: Cth: A(2, -3) melalui translasi $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $(2 + 4, -3 + (-2))$ A'(6, -5) - imej	Pantulan pada { paksi - $x / y = 0$ paksi - $y / x = 0$ $x = a$ $y = b$ $y = x$ $y = -x$ $y = mx + c$
Putaran i) Putaran 90° ikut arah jam pada pusat (a,b) ii) Putaran 90° lawan arah jam pada pusat (a,b) iii) Putaran 180° pada pusat (a,b)	Pembesaran Pembesaran dengan faktor skala, k pada pusat (a,b) $\text{Faktor skala, } k = \frac{PA'}{PA} = \frac{\text{panjang sisi imej}}{\text{panjang sisi objek}}$
Gabungan Transformasi TR Buat penjelmaan R dahulu kemudian T	Luas $\text{Luas imej} = k^2 \times \text{luas objek}$

TINGKATAN 5 BAB 7: SUKATAN SERAKAN DATA TERKUMPUL

Jadual

Selang Kelas	Had Bawah	Had Atas	Kekerapan	Titik tengah	Sempadan bawah	Sempadan atas	Kekerapan longgokan
10 – 14	10	14	0	12	9.5	14.5	0
15 – 19	15	19	3	17	14.5	19.5	3
20 – 24	20	24	6	22	19.5	24.5	9
25 – 29	25	29	8	27	24.5	29.5	17
30 – 34	30	34	14	32	29.5	34.5	31
35 – 39	35	39	12	37	34.5	39.5	43
40 – 44	40	44	5	42	39.5	44.5	48

Soalan – soalan rutin.

a) Saiz selang kelas

$$14.5 - 9.5 = 5$$

b) Kelas mod

$$= 30 - 34$$

c) $\text{Min } (\bar{x}) = \frac{\text{hasil tambah (nilai titik tengah kelas} \times \text{kekerapan)}}{\text{hasil tambah kekerapan}}$

$$\frac{(12 \times 0) + (17 \times 3) + (22 \times 6) + (27 \times 8) + (32 \times 14) + (37 \times 12) + (42 \times 5)}{0 + 3 + 6 + 8 + 14 + 12 + 5}$$

$$\frac{1575}{48}$$

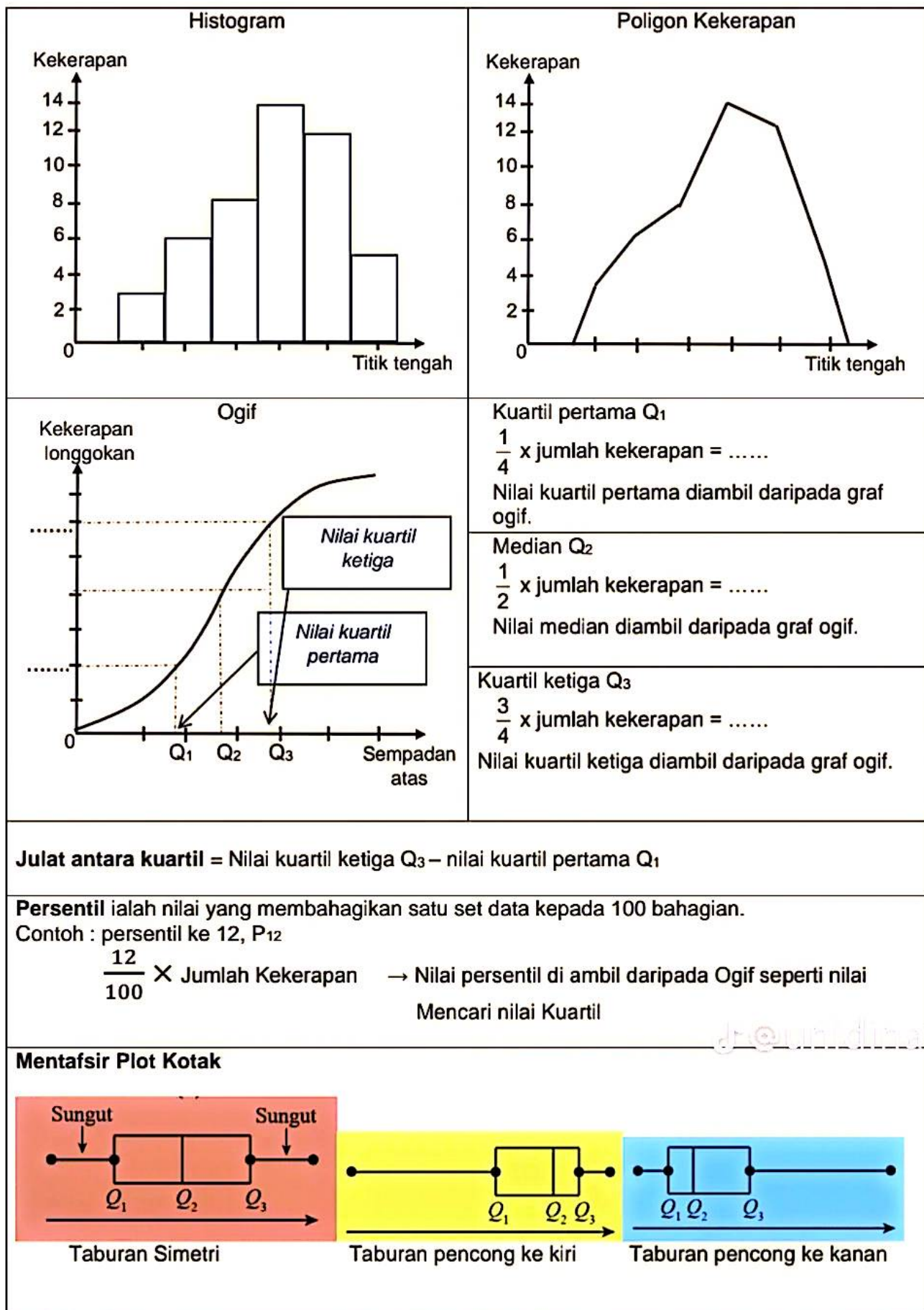
$$32.81$$

Berikan jawapan kepada 2 tempat perpuluhan

d) Julat = Titik tengah kelas tertinggi – Titik tengah nilai terendah

$$= 42 - 12$$

$$= 30$$



Varians dan Sisihan Piawai (Bagi data terkumpul)

Berat dalam (kg) durian yang dikutip daripada dusun Pak Ali.

Jisim (kg)	Kekerapan (f)	Titik tengah(x)	f(x)	x ²	f x ²
1 – 3	2	2	4	4	8
4 – 6	3	5	15	25	75
7 – 9	1	8	8	64	64
10 – 12	6	11	66	121	726
13 – 15	11	14	154	196	2156
16 – 18	5	17	85	289	1445
19 – 21	7	20	140	400	2800
22 – 24	9	23	207	529	4761
	$\Sigma f=44$		$\Sigma fx=679$		$\Sigma f x^2= 12035$

$$\text{Min } \bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{679}{44} = 15.43$$

$$\begin{aligned} \text{Varians, } \sigma^2 &= \frac{\Sigma f x^2}{\Sigma f} - \bar{x}^2 \\ &= \frac{12035}{44} - 15.43^2 \\ &= 35.44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sisihan Piawai } \sigma &= \sqrt{\frac{\Sigma f x^2}{\Sigma f} - \bar{x}^2} \\ &= \sqrt{35.44} \\ &= 5.95 \end{aligned}$$

Varians dan Sisihan Piawai (Bagi data tak terkumpul)

Tentukan varians dan sisihan piawai bagi set data 2, 4, 5, 5, 8

$$\text{Min } \bar{x} = \frac{2+4+5+5+8}{5} = 4.8$$

$$\begin{aligned} \text{Varians, } \sigma^2 &= \frac{\Sigma x^2}{\Sigma N} - \bar{x}^2 \\ &= \frac{2^2+4^2+5^2+5^2+8^2}{5} - 4.8^2 \\ &= 3.76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sisihan Piawai } \sigma &= \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{\Sigma N} - \bar{x}^2} \\ &= \sqrt{3.76} \\ &= 1.94 \end{aligned}$$

TINGKATAN 5 BAB 3: INSURANS

Pengiraan premium insurans

$$\text{Premium} = \frac{\text{Nilai muka polisi}}{\text{RMx}} - \left(\begin{array}{c} \text{Kadar premium} \\ \text{per RMx} \end{array} \right)$$

TINGKATAN 5 BAB 4: PERCUKAIAN

1. Cukai Pendapatan
2. Cukai Jalan
3. Cukai Pintu
4. Cukai Tanah
5. Cukai Jualan dan Perkhidmatan

Semoga Nota ini bermanfaat dan menjadi bahan rujukan untuk pelajar bagi menjawab Matematik SPM dengan cemerlang.

© Ikhlas daripada:
Cikgu Zawawi Zain